



Exame de 1ª chamada de
Teoria da Informação – EEC4289
(2002-2003)

Duração: 2 horas (sem consulta)

25-6-2003

Nome _____

As perguntas 1-3 devem ser respondidas em folha separada. Tenha em atenção que nas perguntas de escolha múltipla cada escolha errada desconta 1/4 da cotação.

1. Uma fonte discreta sem memória produz os símbolos a_i , $i = 1, \dots, 5$, com as probabilidades indicadas:

$$p(a_1) = 0,20 \quad p(a_2) = 0,01 \quad p(a_3) = 0,25 \quad p(a_4) = 0,30 \quad p(a_5) = 0,24$$

- a) Os símbolos da fonte são codificados um a um com dois códigos obtendo-se a seguinte tabela:

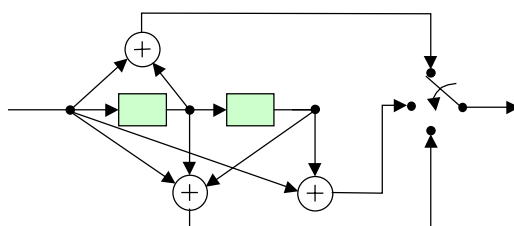
Símbolo	Código 1	Código 2
a_1	110	111
a_2	111	1101
a_3	01	10
a_4	00	0
a_5	10	00

Calcule a eficiência de cada um dos códigos e escolha o que achar melhor.

- b) A mensagem $a_1 a_4 a_3 a_4 a_5 a_4$ é codificada por um codificador aritmético.
- b1) Indique um valor real representativo da mensagem.
- b2) Determine a fracção diádica que melhor exprime a saída em binário.
- b3) Indique também a melhor sequência binária codificada.
- c) A mesma mensagem $a_1 a_4 a_3 a_4 a_5 a_4$ é aplicada a um codificador de Huffman. Determine a sequência binária codificada.
2. a) A capacidade de um canal AWGN é dada pela expressão do teorema de Shannon-Hartley. A partir dela deduza o limite de Shannon. Qual o seu significado?
- b) Se o canal AWGN tiver largura de banda finita (como sempre tem!) e se usar codificação de canal mostre que $E_b/N_0 > -0,55 \text{ dB}$ se a taxa do código for $1/3$.

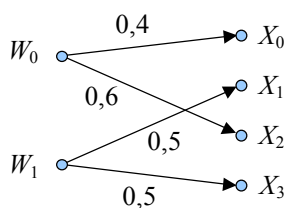
v.s.f.f

3. Considere o seguinte codificador convolucional.



- Apresente a matriz geradora na forma polinomial e em octal.
- Desenhe a treliça entre dois instantes consecutivos.
- Calcule a distância livre do codificador.
- O codificador é catastrófico ou não? Justifique.
- Considere a mensagem de três bits 101 seguida de zeros. Calcule a sequência de saída codificada.

4. Considere o seguinte canal discreto sem memória. Os símbolos da fonte ocorrem com as probabilidades $P(W_0) = 1 - P(W_1) = 0,6$.



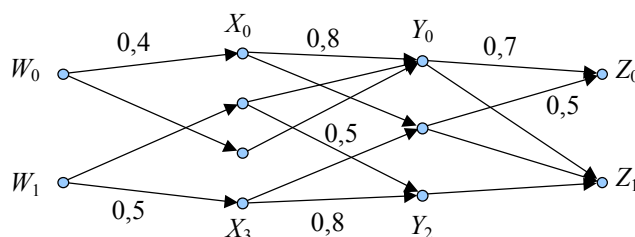
- Determine a entropia condicional $H(X|W)$, em bits/símbolo.

0,983 ☐ 0,971 ☐ 0,884 ☐ _____ ☐

- A observação da variável X permite reduzir a incerteza que temos sobre a variável W . Determine essa redução de incerteza.

0,884 ☐ 0,983 ☐ 0,971 ☐ _____ ☐

- O canal anterior é colocado em série com dois canais $X \rightarrow Y$ e $Y \rightarrow Z$, como se mostra na figura seguinte.



(Continua)

T. I., 1ª chamada, 25-6-2003, Continuação

Nome _____

Obtenha o diagrama do canal binário discreto equivalente e a respectiva matriz de canal.

Diagrama

Matriz

5. a) Codifique a mensagem 10101 com um código cíclico sistemático (8,5).

10101011 ☐ 10101011 ☐ 10101010 ☐ _____ ☐

b) A sequência 01000110 pertence ao código? Porquê?

c) Um código (8,5) (não necessariamente o mesmo!) tem a matriz geradora

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

v.s.f.f

Deseja-se encurtar este código de modo a obter-se um código (7, 4) com uma distância mínima igual a 3. Qual o bit que deve eliminar e qual a matriz geradora do código encurtado?

bit nº 2 ☐ 4 ☐ 6 ☐ _____ ☐

Matriz:

--	--

6. a) Um código cíclico é gerado pelo polinómio $g(p) = p^8 + p^6 + p^4 + p^2 + 1$. Determine os menores valores possíveis de n e k .

n : 11 ☐ 10 ☐ 12 ☐ _____ ☐

k : 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ _____ ☐

- b) Uma sequência de dados está organizada em tramas de 32 bits e cada uma delas contém 16 bits CRC produzidos por um código de polinómio gerador $p^{16} + p^{15} + p^2 + 1$. Verifique se a trama seguinte contém bits errados:

1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1.

--	--

Boa sorte!!



Exame de recurso de
Teoria da Informação — EEC4289
(2002-2003)

Duração: 2 horas (sem consulta)

21-7-2003

Nome _____

As perguntas 1-4 devem ser respondidas em folha separada. Tenha em atenção que nas perguntas de escolha múltipla cada escolha errada desconta 1/4 da cotação.

1. Num achado arqueológico subaquático algures no Mediterrâneo oriental o mergulhador A tenta comunicar com o mergulhador B pegando nos artefactos descobertos e mostrando-lhos. O mergulhador B sabe que as peças provêm em partes iguais das ilhas gregas de Rhodes e Pyros mas, devido à distorção aquática e ao carácter algo turvo da água, confunde os artigos de Rhodes 10% das vezes e os de Pyros 20% das vezes.
 - a) Antes do mergulhador A começar a mostrar peças à sorte, qual é a incerteza média de B sobre a escolha de A?
 - b) Depois de parecer ter visto uma peça de Pyros qual é o grau de incerteza de B sobre a peça?
 - c) Um outro mergulhador, C, está interessado em saber que peças vão sendo encontradas e para isso olha para B, que lhe faz um gesto descritivo. O mergulhador A, apercebendo-se disso e por, talvez, querer o melhor para ele, passa a escolher peças de Pyros, mais feias, 60% das vezes. O mergulhador C nunca se engana quando B lhe faz o gesto de uma peça “pirosa” (provavelmente por causa da forma ou do tamanho...) mas quando o gesto é de uma peça de Rhodes C engana-se metade das vezes e na outra metade vê-se grego e não percebe nada.
 - c1) Esboce os canais de comunicação entre A e B e entre B e C na forma de dois canais em série.
 - c2) Qual é a informação mútua média entre os mergulhadores A e B?
 - c3) Calcule a probabilidade do mergulhador C se “ver grego”.

v.s.f.f

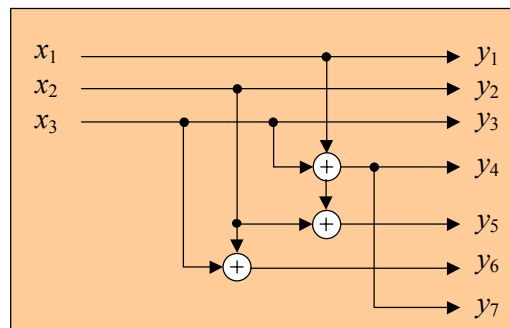
2. a) Codifique a sequência ABAACBABAAACAB usando o algoritmo LZ78 com um dicionário inicialmente vazio.

- b) Descodifique a sequência codificada em LZ78 (com dicionário inicialmente vazio)

0A 1A 0B 0C 1B 4C 3C 2A

- c) Codifique a sequência BABCBABCCCAABCCA usando o algoritmo LZ77 com um corpo de janela de comprimento 7 e um “look-ahead buffer” de comprimento 4. Quantos bits necessitará para representar a sequência dada?

3. Num dado código de blocos sistemático cada palavra de código $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_7]$ é calculada com o circuito da figura.



Mostre que os quatro bits s_1, s_2, s_3 e s_4 da síndrome são calculados somando em módulo 2 os bits da palavra recebida $\mathbf{Z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_7]$ de acordo com

$$\begin{cases} s_1 = z_1 + z_3 + z_4 \\ s_2 = z_1 + z_2 + z_3 + z_5 \\ s_3 = z_2 + z_3 + z_6 \\ s_4 = z_1 + z_3 + z_7 \end{cases}$$

4. O sistema ISBN de identificação de livros contém 10 dígitos. A expressão de codificação é a seguinte, em que x_i representa o algarismo de ordem i :

$$\sum_{i=1}^{10} ix_i = 0 \pmod{11}$$

- a) Prove que este sistema permite detectar a troca de dois algarismos (por exemplo, ...53... em vez de ...35...), consecutivos ou não.
- b) Mostre se enganos em um ou dois algarismos são detectáveis ou não.

(Continua)

T. I., 2ª chamada, 21-7-2003, Continuação

Nome _____

5. Uma sequência binária à cadência de 100 kbits/s é aplicada a um codificador de blocos (15, 10) e transmitida através de um canal discreto com $p = 10^{-3}$.

a) Admita que a distância mínima do código (15,10) é igual a $d_{\min} = \min(d_P, d_S) - 1$, em que d_P e d_S representam os limites de Plotkin e Singleton, respectivamente. Quanto vale d_{\min} ? Quantos bits errados são detectáveis em cada grupo de 15 bits? E quantos são corrigíveis?

d_{\min} 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ _____ ☐

N° erros detectáveis 2 ☐ 4 ☐ 6 ☐ _____ ☐

N° erros corrigíveis 2 ☐ 4 ☐ 6 ☐ _____ ☐

b) Supondo que se utiliza um sistema ARQ “Selective Repeat” determine o intervalo de tempo necessário para na **saída** do decodificador se obter uma sequência de um milhão de bits.

10 s ☐ 15 s ☐ 20 s ☐ _____ ☐

6. a) As palavras binárias 1001010101, 0111010101 e 0100101101 pertencem a um código linear sistemático (10,3). Codifique a mensagem 101.

1011011101 ☐ 1011111000 ☐ 1010101101 ☐ _____ ☐

b) Encurte o código anterior retirando o segundo bit de informação e determine a sua matriz geradora.

--

v.s.f.f

c) Calcule as distâncias mínimas do código original e do código encurtado.

original 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ _____ ☐

encurtado 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ _____ ☐

d) Pretende-se usar um código cíclico (10,3). Determine o seu polinómio gerador, se existir.

Boa sorte!!