

Introdução à Notação

- Letras maiúsculas : conjuntos (A, B,...)
- $x \in A$: x é um elemento de A
- \emptyset : conjunto vazio
- \mathbb{N} : conjunto dos números naturais $\{0, 1, 2, \dots\}$
- \mathbb{N}^+ : conjunto dos números naturais positivos $\{1, 2, 3, \dots\}$
- $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$: n-uplo ordenado

Notação (cont.)

- **Seja f uma função**

Domínio de f :

$$\text{Dom}(f) = \{ x: x \text{ está definido} \}$$

$f(x)$ está *indefinido* se $x \notin \text{Dom}(f)$

Contradomínio de f :

$$\text{Ran}(f) = \{ f(x): x \in \text{Dom}(f) \}$$

f é uma função de A em B se $\text{Dom}(f) \subseteq A$ e $\text{Ran}(f) \subseteq B$

$f: A \dashrightarrow B$ é uma função de A em B com $\text{Dom}(f) = A$

Notação (cont.)

- f é injectiva se

$$\forall x, y \in \text{Dom}(f), x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$$

- Se f é injectiva, f^{-1} designa a inversa de f : única função g :

$$\text{Dom}(g) = \text{Ran}(f) \text{ e } g(f(x)) = x, \text{ para todo } x \in \text{Dom}(f)$$

- f é sobrejectiva se $\text{Ran}(f) = B$

- f é bijectiva se for injectiva e sobrejectiva

- $f \circ g$: função composta de f e g

$$\text{Dom}(f \circ g) = \{x: x \in \text{Dom}(g) \text{ e } g(x) \in \text{Dom}(f)\}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Notação (cont.)

- Sejam $a(x)$ e $b(x)$ expressões envolvendo as variáveis

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n).$$

A notação $a(x) \approx b(x)$ significa que:

ou as expressões $a(x)$ e $b(x)$ estão ambas definidas ou ambas indefinidas e, se ambas estão definidas, então são iguais.

Exemplos:

Sejam f e g duas funções. Escrever $f(x) \approx g(x)$ é uma outra forma de escrever $f(x) = g(x)$

Para qualquer y , $f(x) \approx y$ significa que $f(x)$ é definida e $f(x) = y$ (y está sempre definido).

Notação (cont.)

Função **total**: função de \mathbb{N}^n em \mathbb{N} cujo domínio é \mathbb{N}^n .

Função **parcial**: função de \mathbb{N}^n em \mathbb{N} cujo domínio não é necessariamente \mathbb{N}^n .

Por defeito, considera-se que uma função f é parcial.

Seja A um conjunto.

A propriedade $\mathbf{M}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, verdadeira para alguns n -uplos de A^n e falsa para os restantes, designa-se por **relação** ou **predicado** em A .

Exemplos

A propriedade ' $x < y$ ' é uma relação binária (ou predicado) em \mathbb{N} ;

$2 < 3$ é verdade, enquanto $9 < 5$ é falso.

Qualquer função n -ária f de \mathbb{N}^n em \mathbb{N} dá origem a um predicado $(n+1)$ -ário

$M(x_1, x_2, \dots, x_n, y)$ se e só se $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \approx y$.