

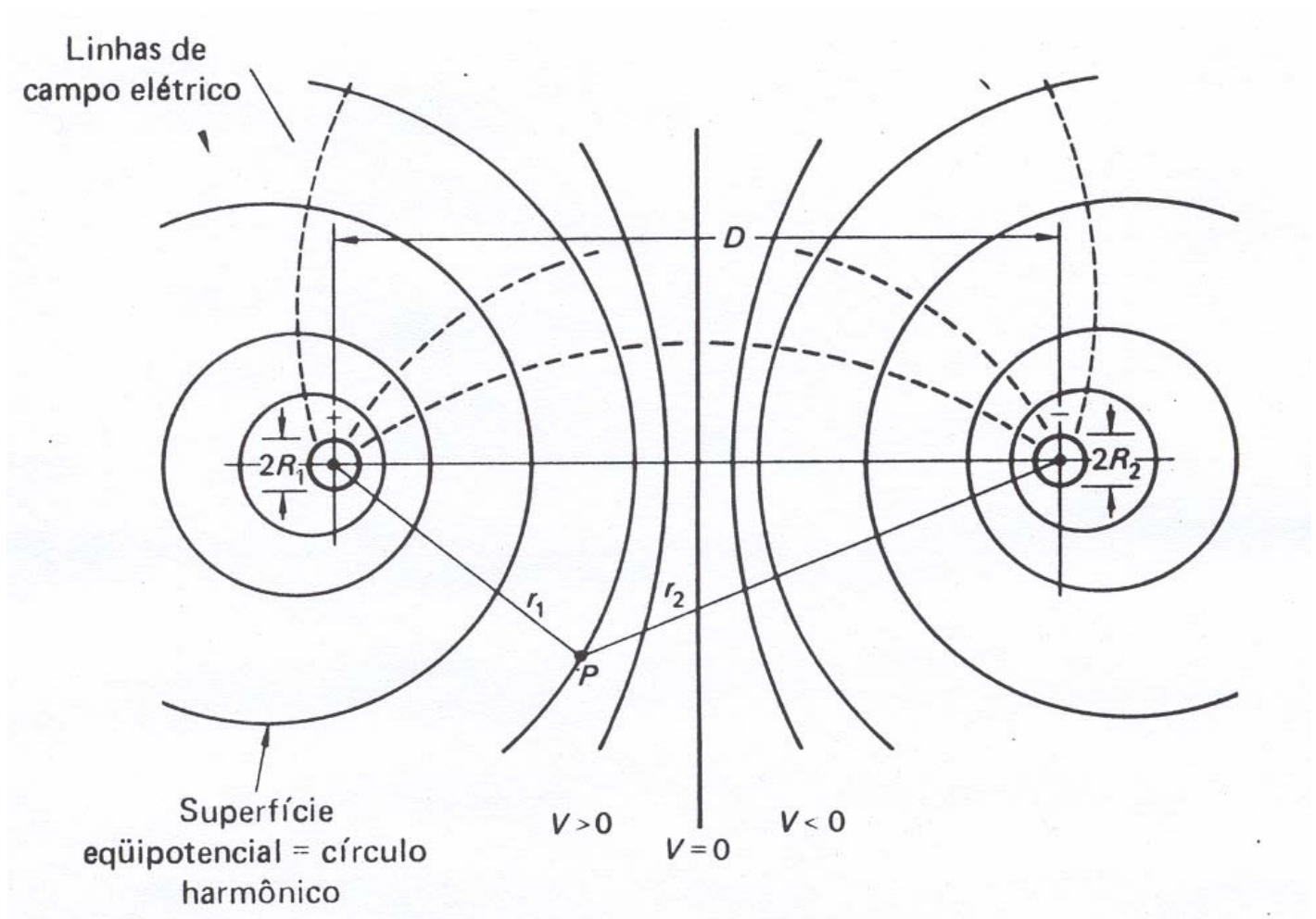
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I

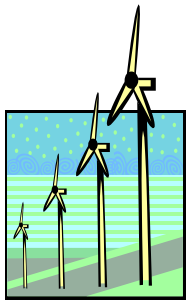


Funcionamento das linhas aéreas

Capacidade linear

Campo eléctrico à volta de 2 condutores

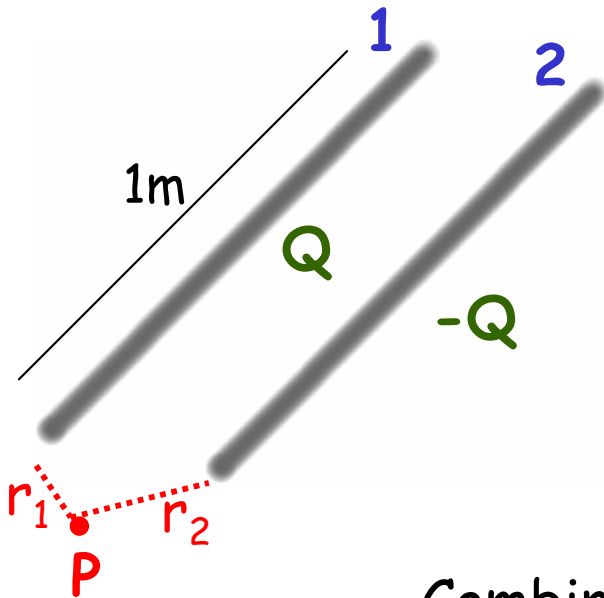




SISTEMAS ELÉTRICOS DE ENERGIA I



CAPACIDADE SEM TERRA

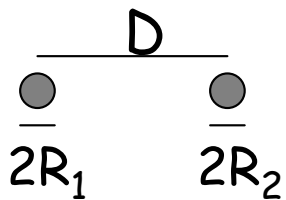


Potencial v à distância r de uma carga pontual q

$$v = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (V)$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$$

Combinando os dois condutores e estendendo a 1m da linha, o potencial num ponto P é dado por



$$V_p = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

r_1 - distância à linha 1
 r_2 - distância à linha 2

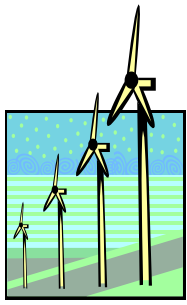
ou

$$V_p = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Potencial à superfície dos condutores

$$V_1 \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{R_1}$$

$$V_2 \approx \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{D}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Diferença de potencial

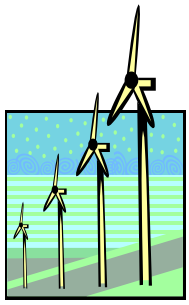
$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{D}{R_1} - \ln \frac{R_2}{D} \right) \approx \frac{Q}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{\sqrt{R_1 R_2}}$$

Capacidade (por metro)

$$C \triangleq \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{\sqrt{R_1 R_2}}} \quad \text{F.m}^{-1}$$

Se $R_1 = R_2 = R$

$$C = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{R}} \quad \text{F.m}^{-1}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



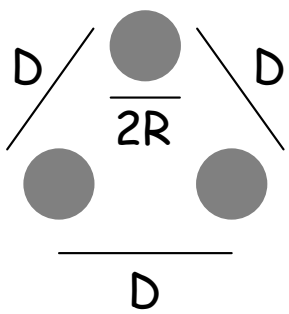
Para n condutores ...

Expressão Geral (n condutores)

$$V_p = \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_k}$$

EXEMPLOS

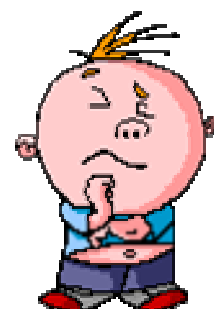
Caso Simples - condutores em triângulo (s/ terra)

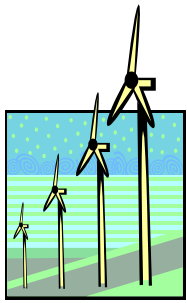


$$V_a = \frac{Q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{R} + \frac{Q_b}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D} + \frac{Q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{D}$$

$e V_b e V_c ? \dots\dots$

Parece
simples





SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Matricialmente ...

(... usando $\sum_k Q_k = 0$!)



Porquê?

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{D}{R} & 0 & 0 \\ 0 & \ln \frac{D}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \ln \frac{D}{R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_a \\ Q_b \\ Q_c \end{bmatrix}$$

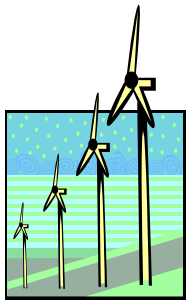
Assim, para qualquer fase:

$$v_i = \frac{Q_i}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{R}$$

e

$$C \triangleq \frac{Q_i}{v_i} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{R}} \text{ F.m}^{-1}$$

C é a capacidade por fase ...



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



CAPACIDADE Com TERRA

Isto foi desprezando a influência da terra ...



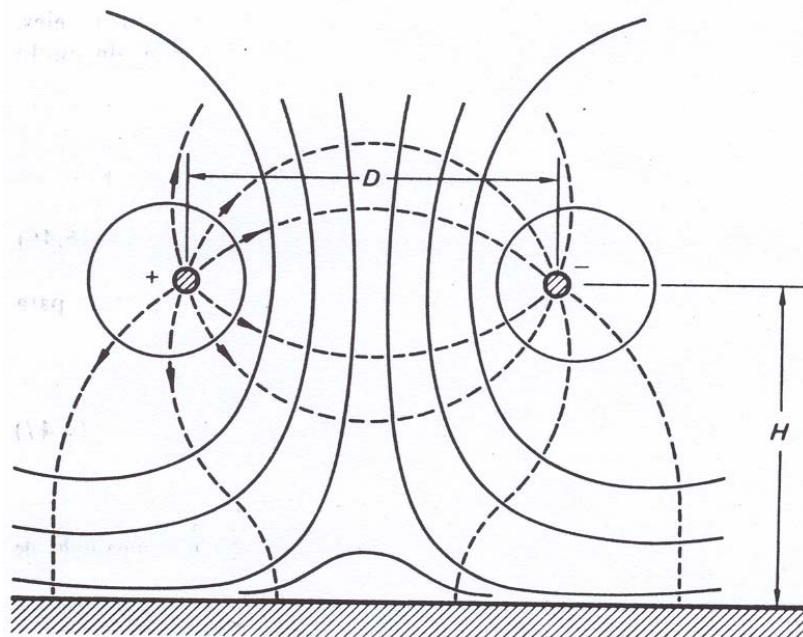
Assim é simples

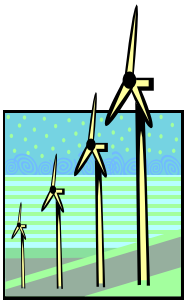
Será que a terra tem influência no cálculo das capacidades?



Porque é que complicam sempre que isto é simples?

É claro que sim. O campo eléctrico é alterado...





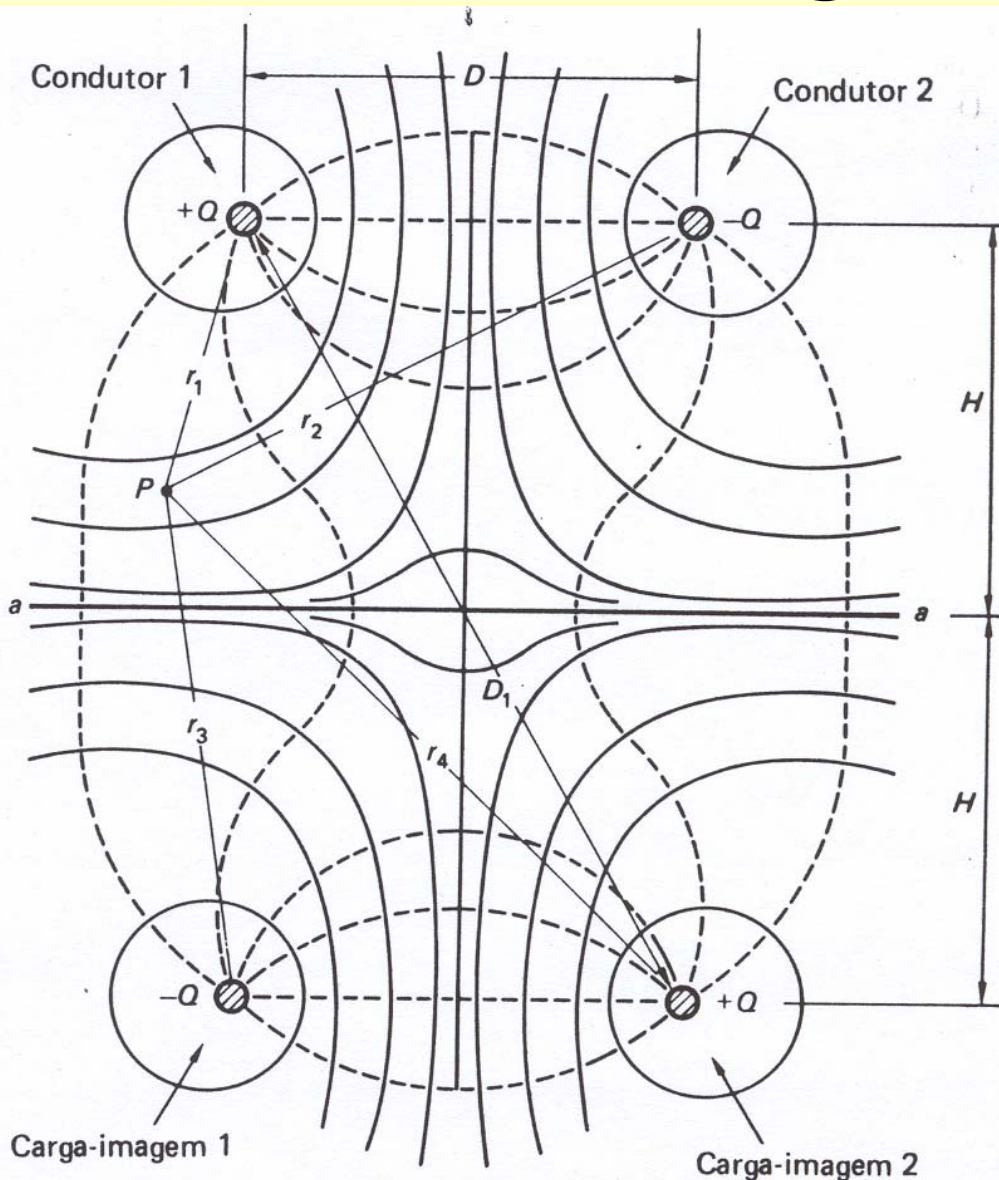
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I

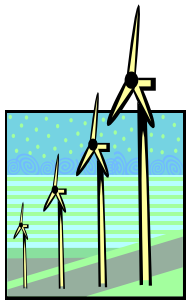


Como vamos resolver o problema?



Com o **Método das Imagens**





SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Com n condutores

$$\sum_{k=1}^n Q_k = 0$$

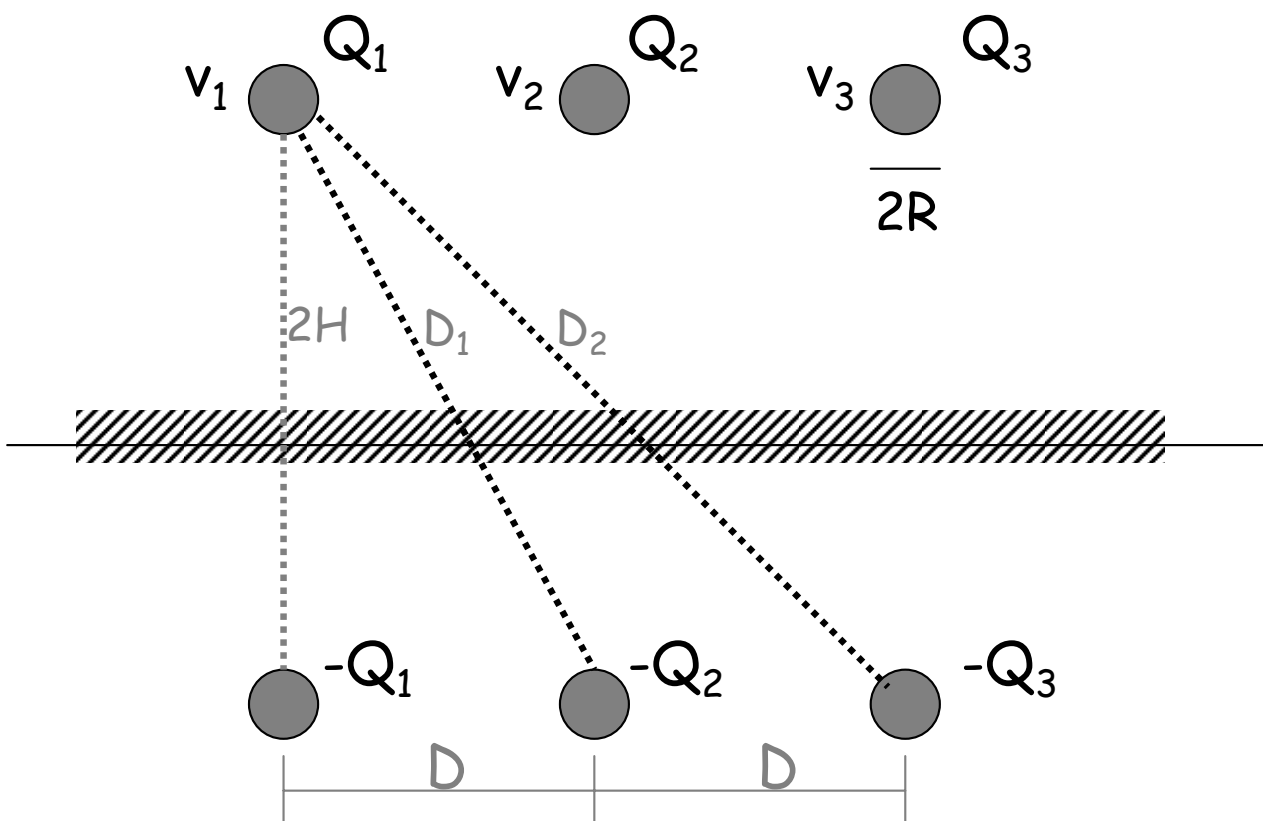
e

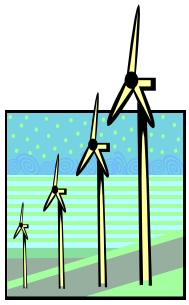
$$v_p = \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_k}$$

r_k - distância do ponto P ao condutor k

EXEMPLOS

Linha trifásica





SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



1º Caso - Linha não transposta

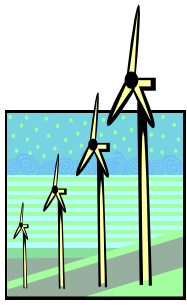
$$v_1 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H}{R} + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_1}{D} + \frac{Q_3}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_2}{2D}$$

$$v_2 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_1}{D} + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H}{R} + \frac{Q_3}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_1}{D}$$

$$v_3 = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_2}{2D} + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_1}{D} + \frac{Q_3}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2H}{R}$$

sob a forma matricial $V = P Q$

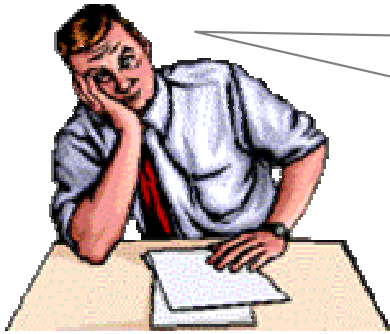
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \begin{bmatrix} \ln \frac{2H}{R} & \ln \frac{D_1}{D} & \ln \frac{D_2}{2D} \\ \ln \frac{D_1}{D} & \ln \frac{2H}{R} & \ln \frac{D_1}{D} \\ \ln \frac{D_2}{2D} & \ln \frac{D_1}{D} & \ln \frac{2H}{R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



2º Caso - Linha transposta



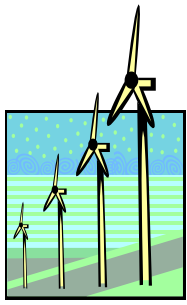
Resolver em casa ?...
Que seca!...
Mas assim aprendo...

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \left(\frac{2H.D/R}{\sqrt[3]{\frac{D_1^2 \cdot D_2}{2}}} \right)} \text{ F.m}^{-1}$$

3º Caso - Linha trifásica com n cabos de guarda Caso geral

Matricialmente ...

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_{CG1} \\ V_{CG2} \\ \vdots \\ V_{CGn} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ b_{31} & b_{32} & \dots & b_{3n} \\ d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_{CG1} \\ Q_{CG2} \\ \vdots \\ Q_{CGn} \end{bmatrix}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Em que :

- a_{ij} - influência da carga do condutor j na tensão do condutor i
- b_{ij} - influência da carga do cabo de guarda j na tensão do condutor i
- c_{ij} - influência da carga do condutor j na tensão do cabo de guarda i
- d_{ij} - influência da carga do cabo de guarda j na tensão do cabo de guarda i

Mas

$$V_{CG1} = V_{CG2} = \dots = V_{CGn} = 0$$



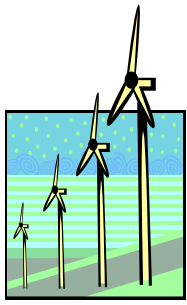
Podemos então simplificar e ...

$$[V_{fases}] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot [A] \cdot [Q_{fases}] + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot [B] \cdot [Q_{CG}]$$

$$[0] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot [C] \cdot [Q_{fases}] + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot [D] \cdot [Q_{CG}]$$

Da última equação ...

$$[Q_{CG}] = -[D]^{-1} \cdot [C] \cdot [Q_{fases}]$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



e finalmente ...

$$[V_{fases}] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left\{ [A] \cdot [Q_{fases}] - [B] \cdot [D]^{-1} \cdot [C] \cdot [Q_{fases}] \right\}$$

simplificando ...

$$[V_{fases}] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left\{ [A] - [B] \cdot [D]^{-1} \cdot [C] \right\} [Q_{fases}]$$

Parece-me que já vi a matriz A em qualquer sítio...

E se tiver apenas um cabo de guarda a matriz D parece-me fácil de calcular...
Que lhes parece?

