Cópias das transparências sobre despacho de potência reactiva

(a partir de Wood e Wollenberg, Power Generation, Operation and Control, 1996)

Apontamentos para a disciplina de DOSE

Manuel Matos ▪ FEUP ▪ 2002

Método do Gradiente

Exemplo

1. $$C = x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_1 + 8$$

O óptimo desta função (mínimo) obtém-se de:

$$\frac{\partial C}{\partial x_1} = 2x_1 - 4 = 0 \qquad \frac{\partial C}{\partial x_2} = 8x_2 = 0$$

ou seja

$$x_1 = 2 \quad , \quad x_2 = 0$$

2. Para aplicação do método do gradiente:

$$\overline{\nabla C} = \begin{bmatrix} 2x_1 - 4 \\ 8x_2 \end{bmatrix} \qquad \bar{x}^0 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$ (valor inicial)

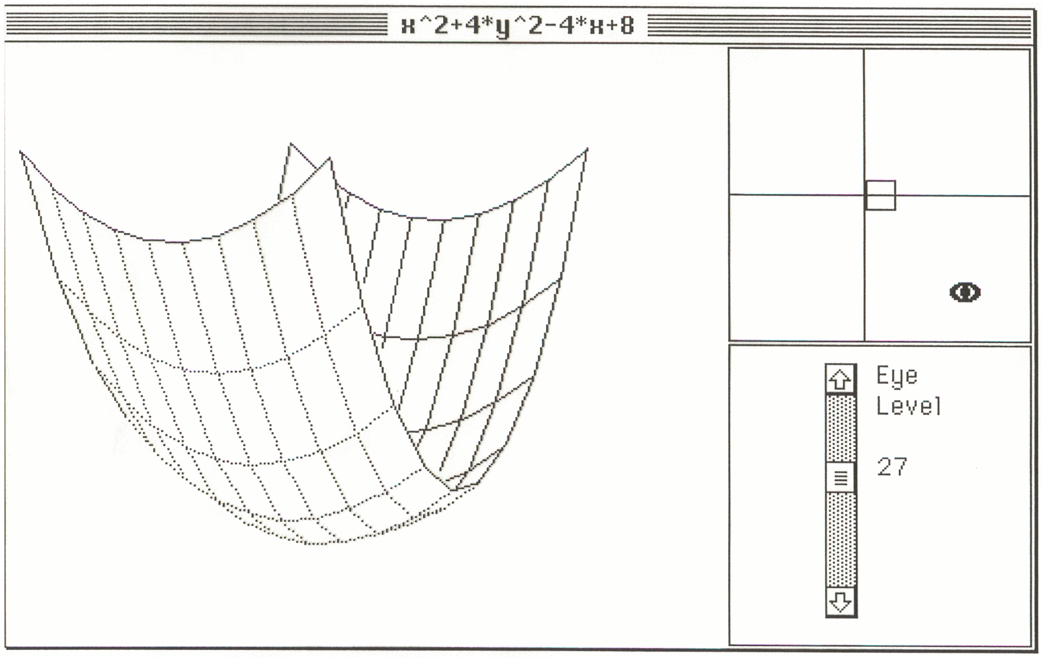
a) $$\overline{\nabla C}^0 = \begin{bmatrix} 4 \\ 32 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{normalização}]{} \frac{\overline{\nabla C}^0}{|\overline{\nabla C}^0|} = \begin{bmatrix} 0.124 \\ 0.992 \end{bmatrix}$$

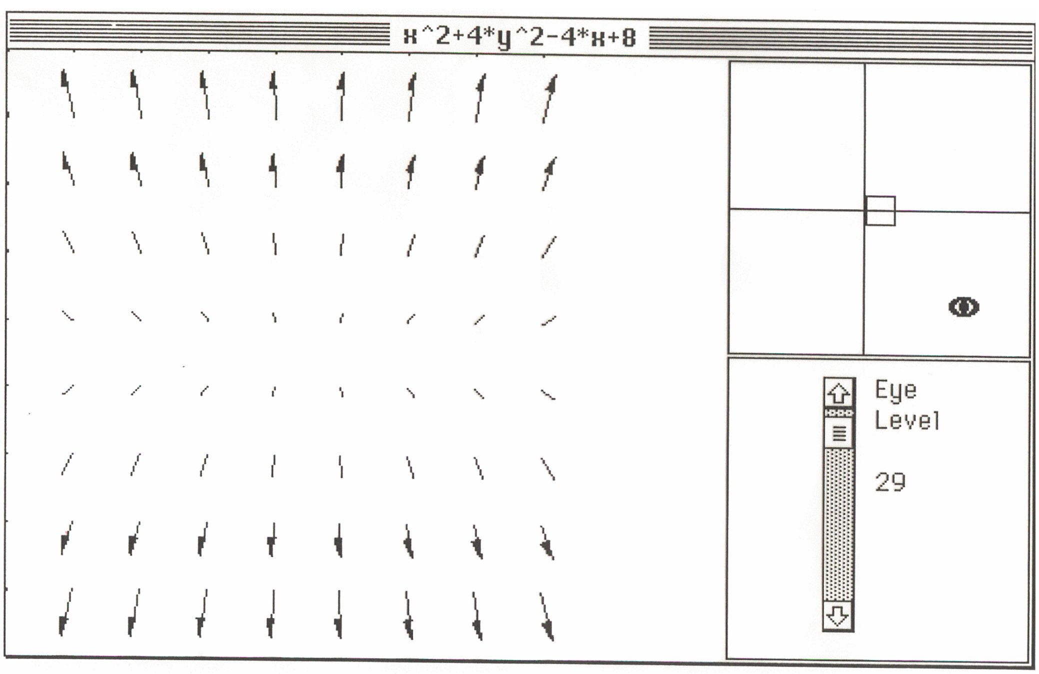
b) Largura do passo $= 1.5$ (parâmetro que pode variar ao longo do processo)

$$\bar{x}^1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \underset{\text{minimização}}{-} 1.5 \begin{bmatrix} 0.124 \\ 0.992 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.814 \\ 2.512 \end{bmatrix}$$

c) Voltar a a) [excepto se tiver convergido]

3.
- A largura do passo tende a diminuir quando nos aproximamos da solução (para evitar overshooting)
- O processo pára quando $|\bar{x}^{p+1} - \bar{x}^p| \leq \varepsilon$ ou $|\overline{\nabla C}| \leq \varepsilon'$


x^2+4*y^2-4*x+8
Eye
Level
27


x^2+4*y^2-4*x+8
Eye
Level
29

DESPACHO de REACTIVA

CONTROLOS

Módulo da tensão nas barras PV e REF

Tomadas dos transformadores

Tomadas das baterias de condensadores e reactâncias

OBJECTIVO

Minimizar perdas (activas)

RESTRIÇÕES

Equações do Trânsito de Potencias

Despacho de potência activa

Limites $V_i^- \leq V_i \leq V_i^+$

Tomadas dentro dos limites

MÉTODOS

Gradiente

Programação linear

Meta-heurísticas
Algoritmos genéticos } inclusão de tomadas discretas

O despacho de reactiva pode fazer-se separado do despacho de activa podendo ocorrer ciclos activa/reactiva/activa/reactiva ... , ou integrado com o despacho de activa, conduzindo ao OPF. Estamos a analisar o primeiro caso.

DESPACHO de REACTIVA

MÉTODO DO GRADIENTE

Neste exemplo, utiliza-se a formulação Dommel-Tinney do método de gradiente para obter os valores óptimos das tensões especificadas nas barras PV e REF

1. Método (definições)

neste caso...

x	variáveis de estado	V (PQ), θ (PQ+PV)
u	variáveis de controlo	V (PV + REF)
p	parâmetros (constantes)	P (PQ+PV), θ (REF), Q (PQ
$f(x,u)$	função objectivo	min Perdas = min P_{REF}
$g(x,u,p)=0$	restrições igualdade	equações do T.P.

$$P_i = V_i \sum_k V_k (G_{ik} \cos\theta_{ik} + B_{ik} \operatorname{sen}\theta_{ik})$$

$$Q_i = V_i \sum_k V_k (G_{ik} \operatorname{sen}\theta_{ik} - B_{ik} \cos\theta_{ik})$$

2. Método (princípio)

$$\mathcal{L}(x,u,p) = f(x,u) + \lambda^t g(x,u,p)$$

NB: x, u, p, g e λ são VECTORES

Jacobiano!

$$\nabla \mathcal{L} = 0 \quad \begin{cases} \nabla \mathcal{L}_x = \dfrac{\partial f}{\partial x} + \left(\dfrac{\partial g}{\partial x}\right)^t \cdot \lambda = 0 \\ \nabla \mathcal{L}_u = \dfrac{\partial f}{\partial u} + \left(\dfrac{\partial g}{\partial u}\right)^t \cdot \lambda = 0 \\ \nabla \mathcal{L}_\lambda = g(x,u,p) = 0 \end{cases}$$

3. Método (procedimento)

a) Valor inicial para u

b) Resolver o Trânsito de Potências (garante $\nabla \mathcal{L}_{\lambda} = 0$)

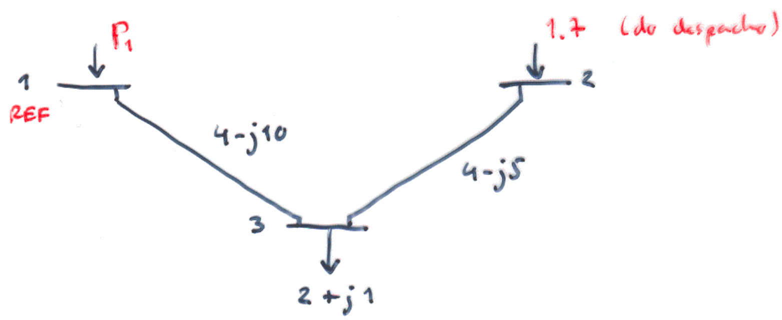
c) Calcular $\lambda = -\left(\dfrac{\partial g}{\partial x}\right)^{t\,-1} \cdot \dfrac{\partial f}{\partial x}$ (vem de $\nabla \mathcal{L}_{x} = 0$)

d) Calcular $\nabla \mathcal{L}_{u}$

e) Se não tiver convergido:

- actualizar $u^{p+1} = u^{p} - \dfrac{\nabla \mathcal{L}_{u}}{|\nabla \mathcal{L}_{u}|} \cdot \alpha$
- voltar a b)

4. Aplicação a um exemplo



a) $u^{0} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 0.9 \end{bmatrix}$ $\qquad x = [\,\theta_2 \;\; \theta_3 \;\; V_3\,]^t \qquad p = [\,\theta_1 \;\; P_2 \;\; P_3 \;\; Q_3\,]^t$

b) TP $\rightarrow$ $P_1 = 0.6906$ $\qquad$ Perdas $= 0.3906$

c) $$\frac{\partial g}{\partial x} = (\text{Jacobiano}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \dfrac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \dfrac{\partial P_2}{\partial V_3} \\ \dfrac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \cdots & \\ \dfrac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \cdots & \dfrac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.14 & 8.14 & 1.54 \\ 6.96 & 12.0 & 3.85 \\ -4.5 & -7.85 & 10.0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial f}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial f}{\partial V_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.36 \\ 4.14 \end{bmatrix}$$

$$\lambda = -\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{t\,-1} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0.743 \\ -0.98 \\ -0.154 \end{bmatrix}$$

d) $$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_1}{\partial V_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.533 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial g}{\partial u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial V_1} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_3}{\partial V_1} & \frac{\partial P_3}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4.94 \\ 3.354 & 4.5 \\ 5.0 & 6.96 \end{bmatrix}$$

$$\nabla \mathcal{L}_u = \frac{\partial f}{\partial u} + \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)^t \cdot \lambda = \begin{bmatrix} 2.25 \\ -1.78 \end{bmatrix}$$

e) Como $\nabla \mathcal{L}_u$ não está próximo de zero...

$$u^1 = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 0.9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2.25 \\ -1.78 \end{bmatrix} \cdot 0.03 = \begin{bmatrix} 1.03 \\ 0.95 \end{bmatrix}$$

b2) TP $\rightarrow$ $P_1 = 0.5380$ Perdas $= 0.2380$

5. Comentários

O exemplo apresentado inclui apenas, como variáveis de controlo, os módulos das tensões. O modelo mais geral incluirá, obviamente, as tomadas de transformadores e de baterias de condensadores e reactâncias. Estas variáveis entrarão no vector u.

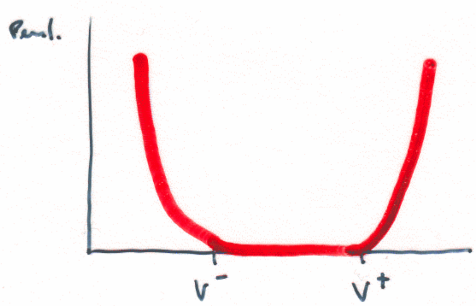
Dificuldades: O método do gradiente tem por vezes dificuldades de convergência, com instabilidade perto da solução óptima. Por outro lado, não é fácil incluir restrições de desigualdade, correspondentes aos limites técnicos a não violar.

Para ultrapassar problemas de convergência: recurso ao método de Newton, que permite acelerar a convergência

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta u \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \nabla \mathcal{L}_x & \frac{\partial}{\partial u} \nabla \mathcal{L}_x & \frac{\partial}{\partial \lambda} \nabla \mathcal{L}_x \\ \frac{\partial}{\partial x} \nabla \mathcal{L}_u & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \frac{\partial}{\partial \lambda} \nabla \mathcal{L}_\lambda \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \nabla \mathcal{L}_x \\ \nabla \mathcal{L}_u \\ \nabla \mathcal{L}_\lambda \end{bmatrix}$$

(mas continua a haver dificuldade com restrições $\leq$)

Inclusão de limites: usam-se funções de penalização, incluídas na função objectivo, mas não é um processo muito eficiente.



A forma mais eficaz de incluir restrições $\leq$ continua a ser a construção de modelos baseados em programação linear.

DESPACHO de REACTIVA

PROGRAMAÇÃO LINEAR

PRINCÍPIO

Linearizar as equações em torno do ponto de funcionamento corrente, com base em coeficientes de sensibilidade calculados em cada iteração.

FUNÇÃO OBJECTIVO

- $f(u+\Delta u,\ x+\Delta x) = \underbrace{f(u,x)}_{\text{valor actual (constante)}} + \underbrace{\frac{df}{du}}_{\text{Coeficientes de sensibilidade}} \cdot \Delta u$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{df}{du} &= \frac{\partial f}{\partial u} + \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)^t \cdot \lambda \\ &= \frac{\partial f}{\partial u} - \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)^t \cdot \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{t\ -1} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} \end{aligned}}$$

(comparar com o método do gradiente)

RESTRIÇÕES

- Limites das variáveis de controlo
- Limites de sobrecarga dos ramos

$$h(u+\Delta u) = h(u) + \frac{\partial h}{\partial u} \cdot \Delta u \leq h^+$$

Por exemplo, se h forem os trânsitos em MW, $\frac{\partial h}{\partial u}$ pode ser a matriz de sensibilidades. Mas normalmente usam-se sensibilidades AC.

PROCESSO

a) Fixação de valores iniciais para as variáveis de controlo u

b) Cálculo do Trânsito de Potências inicial

c) Construção do problema de Programação Linear
Inclusão das restrições respeitantes a limites efectivamente violados

d) Cálculo do T. P., para validação
verificação efectiva dos limites

e) Se não convergiu, voltar a c)

COMENTÁRIOS

Processos bastante eficientes (mas não tão rápidos como o método de Newton), dada a existência de packages de PL muito potentes, seja usando o SIMPLEX, seja algoritmos de ponto interior. Em muitas circunstâncias, podem incluir-se as restrições de integralidade.