

**MGI - Sistemas de Apoio à Decisão**

**Metodologias multicritério**

*Introdução*

*Manuel António Matos*

## de Benjamin Franklin para o Presidente dos EUA (1772)

Dear Sir,

In the affair of so much importance to you, wherein you ask my advice, I cannot, for want of sufficient premises, advise you what to determine, but if you please I will tell you how. When those difficult cases occur, they are difficult, chiefly because while we have them under consideration, all the reasons pro and con are not present to the mind at the same time; but sometimes one set present themselves, and at other times another, the first being out of sight. Hence the various purposes or informations that alternatively prevail, and the uncertainty that perplexes us. To get over this, my way is to divide half a sheet of paper by a line into two columns; writing over the one Pro, and over the other Con. Then, during three or four days consideration, I put down under the different heads short hints of the different motives, that at different times occur to me, for or against the measure. When I have thus got them all together in one view, I endeavor to estimate their respective weights; and where I find two one on each side, that seem equal. I strike them both out. If I find a reason pro equal to some two reasons con, I strike out the three. If I judge some two reasons con, equal to three reasons pro, I strike out the five; and thus proceeding I find at length where the balance lies; and if, after a day or two of further consideration, nothing new that is of importance occurs on either side, I come to a determination accordingly. And, though the weight of the reasons cannot be taken with the precision of algebraic quantities, yet when each is thus considered, separately and comparatively, and the whole lies before me, I think I can judge better, and am less liable to make a rash step, and in fact I have found great advantage from this kind of equation, and what might be called moral or prudential algebra.

Wishing sincerely that you may determine for the best, I am ever, my dear friend, yours most affectionately.

B. Franklin

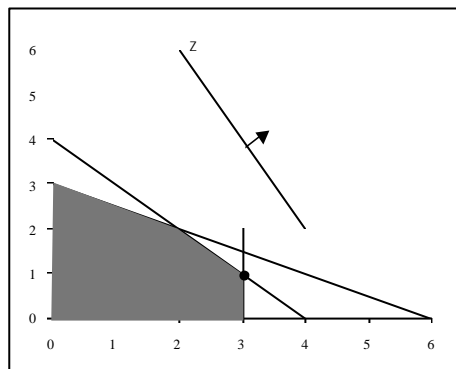
## Problemas (de decisão) triviais

*Minimizar o Custo*

n	Custo
1	65
2	58
3	72
4	72
5	60
6	65
7	71
8	51
9	67
10	90
11	67
12	86
13	66
14	52
15	76

*Maximizar a produção z*

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + x_2 \\ \text{sujeito a:} \quad & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



Manuel Matos FEUP & INESC

Quando existe apenas um critério, o problema de decisão é trivial, no sentido em que se resume a uma questão de técnica (optimizar), não sendo realmente necessário tomar qualquer decisão.

Repare-se, no entanto, que o problema de optimização em si pode não ser nada trivial, levantando problemas técnicos difíceis (não é o caso dos exemplos).

No primeiro exemplo, é imediato descobrir qual a alternativa com custo mínimo. No segundo, tem-se um problema de programação linear, estando assinalado a cinzento o conjunto das soluções admissíveis e por um ponto negro a solução óptima  $x=(3,1)$ . Trata-se de uma técnica de investigação operacional que não oferece qualquer dificuldade.

Os dois exemplos servem também para tornar patente que, em algumas situações, se tem uma lista de alternativas completamente definidas, enquanto noutras há uma formulação matemática que apenas define as alternativas de forma implícita (as que satisfazem as restrições), fornecendo também uma regra de valorização, a função objectivo ( $z$  no caso do exemplo).

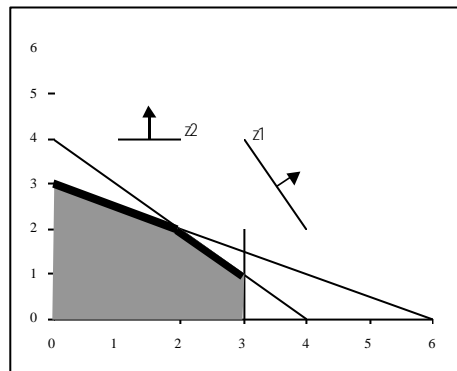
## Problemas multicritério

*Minimizar o Custo*  
*Maximizar a Fiabilidade*

n	Custo	Fiabilidade
1	65	0.984 586
2	58	0.983 677
3	72	0.985 333
4	72	0.985 531
5	60	0.984 064
6	65	0.984 641
7	71	0.985 954
8	51	0.982 906
9	67	0.985 111
10	90	0.988 551
11	67	0.985 425
12	86	0.987 641
13	66	0.984 653
14	52	0.982 848
15	76	0.985 913

*Maximizar a produção  $z_1$*   
*Maximizar a exportação  $z_2$*

$$\begin{aligned} \max \quad & z_1 = 2x_1 + x_2 \\ \max \quad & z_2 = x_2 \\ \text{sujeito a:} \quad & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$



Manuel Matos FEUP & INESC

Comparando estes problemas com os anteriores, verifica-se que, passando a haver mais do que um ponto de vista a ter em conta, a decisão deixa de ser trivial.

No primeiro caso, a alternativa com menor custo tem uma fiabilidade baixa, e vice-versa. Conseguem-se eliminar alternativas piores do que outras (maior custo, menor fiabilidade), mas não é possível definir uma regra indiscutível para escolher uma única. O conceito de óptimo não é aplicável.

No segundo exemplo, passa-se o mesmo. O antigo ponto óptimo (de  $z_1$ )  $x=(3,1)$  é pior do que outros em relação a  $z_2$ , onde o óptimo é  $y=(0,3)$ . Também aqui não é possível seleccionar um ponto melhor em tudo que todos os outros, apenas se conseguindo identificar um conjunto dos pontos que não são piores do que nenhum outro, conjunto marcado na figura com uma linha mais escura. Nenhum dos restantes pontos admissíveis é candidato a ser escolhido.

Antecipando as definições, adianta-se que os pontos eliminados em ambos os exemplos se dizem dominados, e os que sobrevivem são chamados eficientes (ou não-dominados). Esta redução do conjunto inicial por análise de dominação é a máxima operação indiscutível. A partir daqui, só a incorporação das preferências do Agente de Decisão pode permitir chegar a uma conclusão do processo, seleccionando a decisão preferida (e não óptima!).

Finalmente, tende a designar-se os problemas como o da esquerda por multiatributo (custo e fiabilidade são os atributos), e os semelhantes ao da esquerda por multiobjectivo (por terem várias funções objectivo).

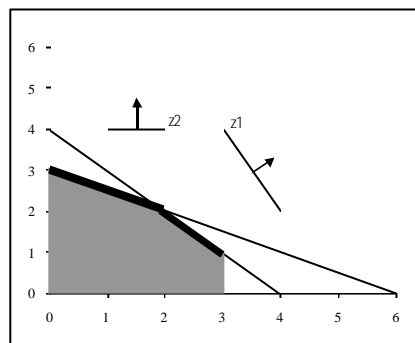
## Múltiplos agentes de decisão

Escolher um projecto que agrade  
(Max) aos dois professores

n	Prof. R	Prof. G
1	65	69
2	58	77
3	72	62
4	72	65
5	60	78
6	65	70
7	71	66
8	51	87
9	67	70
10	90	45
11	67	69
12	76	59

Maximizar o investimento na região 1 ( $z_1$ )  
Maximizar o investimento na região 2 ( $z_2$ )

$$\begin{aligned} \max z_1 &= 2x_1 + x_2 \\ \max z_2 &= x_2 \\ \text{sujeito a: } x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 6 \\ x_1 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



Manuel Matos FEUP & INESC

Mostra-se aqui outra fonte para a existência de vários pontos de vista, mesmo quando há apenas um atributo básico a considerar.

No exemplo da esquerda, o factor de haver duas classificações não concordantes gera uma situação análoga à do exemplo correspondente da página anterior.

No outro exemplo, o problema matemático é exactamente o mesmo, mas agora resulta de haver dois interesses em conflito em relação à distribuição de 4 milhões de fundos europeus por dois programas ( $x_1, x_2$ ) imagine-se que de apoio ao comércio e indústria. A região 1 possui ambas as valências, mas valoriza mais os fundos para o comércio ( $z_1$ ), enquanto a região 2 tem apenas indústria, pelo que não vê benefícios em se atribuírem fundos ao comércio.

Os pontos já identificados  $x=(3,1)$  e  $y=(0,3)$  são agora as decisões preferidas pela região 1 e região 2, respectivamente. A solução final deverá ser procurada na zona eficiente, onde se encontram todas as soluções de compromisso possíveis.

## Incerteza de diversos tipos

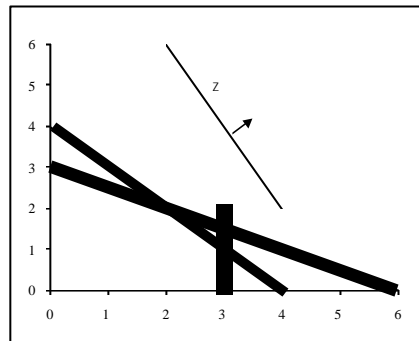
*Consideração de diversos cenários, com probabilidades subjectivas de ocorrência*

n	Custo		
	C1 (0,3)	C2 (0,5)	C3 (0,2)
1	59	65	75
2	50	58	68
3	68	72	81
4	69	72	75
5	53	60	63
6	50	59	62
7	68	71	77
8	56	57	62
9	62	67	80
10	62	70	78

*Restrições vagas ou imprecisas*

$$\max z = 2x_1 + x_2$$

$$\text{suj: } \begin{aligned} x_1 + x_2 &\lesssim 4 \\ x_1 + 2x_2 &\lesssim 6 \\ x_1 &\lesssim 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



Manuel Matos FEUP & INESC

Mais uma vez, apenas se tem um atributo, mas o facto de não se poder calcular com certeza o resultado das decisões elimina a trivialidade da decisão.

No primeiro exemplo, identificaram-se três cenários, caracterizados por probabilidades. Se se escolher a solução com menor custo no cenário mais provável, está-se sujeito a que ocorra um dos outros cenários, com um resultado pior do que o ocasionado por outras decisões. Existem várias abordagens para lidar com estes problemas (muito frequentes), que não serão discutidas de momento.

No caso da direita, temos um outro aspecto: as restrições são definidas de forma imprecisa (note-se o “~” nas restrições, indicando que elas devem ser cumpridas *aproximadamente*). Neste caso, a escolha é entre tomar uma decisão que respeita estritamente as restrições ou admitir um certo grau de violação (dentro dos limites de tolerância definidos) para tentar obter um melhor valor de  $z$ , à custa de algum risco. O tratamento destes problemas recorre à **teoria dos conjuntos imprecisos** (fuzzy sets).

## Conceitos fundamentais (0)

*O Agente de Decisão dispõe de*

- Alternativas
- ou*
- Soluções admissíveis

*e define, com a ajuda do analista*

- Critérios de avaliação
- através de*
  - descrições linguísticas
  - atributos
  - objectivos

$$\mathbf{z}_i = [z_{i1} \dots z_{ic}] \in Z = \{\mathbf{z}_1 \dots \mathbf{z}_n\}$$

$$\mathbf{x} = [x_1 \dots x_d] \in X = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{b} \wedge \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$$

*minimizar o impacto ambiental*

*impacto ambiental*

*% NOx*

*min*

Inicia-se nesta página a descrição dos conceitos mais importantes na Ajuda Multicritério à Decisão. O quadro da direita ilustra as definições, sendo apenas necessário acrescentar que os termos “alternativa” e “solução” (implicitamente admissível) tendem a usar-se intermutavelmente em ambos os tipos de problemas, embora a sua origem esteja ligada respectivamente aos problemas multiatributo e multiobjectivo.

## Conceitos fundamentais (1)

### Alternativa Dominada (ou Inferior)

Uma solução é dominada *sse* existe outra melhor pelo menos em um critério, sem ser pior em nenhum outro.

### Alternativa Eficiente (ou Não-dominada ou Ótima de Pareto)

Uma solução é eficiente *sse* não é dominada por nenhuma solução admissível.

### Ideal

Solução em geral não-admissível, definida no espaço dos atributos. É constituída pelos ótimos individuais das funções objectivo.

Manuel Matos FEUP & INESC

Sendo as definições auto-explicativas, apenas se esclarece que, nos exemplos de problemas multiobjectivo anteriores, se fez a representação tradicional no **espaço de decisão** (no caso, o plano  $x_1, x_2$ ). É possível também fazer a representação no **espaço dos atributos** (no caso, o plano  $z_1, z_2$ ), o que não oferece dificuldades (simples transformação linear). Em problemas reais, onde há muitas variáveis de decisão mas o número de atributos nunca é muito grande, é a segunda representação a mais frequente (*cf. penúltima página*)

Sugere-se ao leitor que regresse aos exemplos e tente este tipo de representação, bem assim como a identificação do ideal. Salienta-se que, no caso multiatributo, apenas existe o espaço dos atributos, pois o que poderia ser o espaço de decisão tem dimensão 1, correspondendo à lista identificadora das alternativas.



## Conceitos fundamentais (2)

### Curva de Indiferença

Lugar geométrico (espaço dos atributos) das soluções a que o AD dá o mesmo valor.

### Trade-off (valor de compensação) entre dois atributos X e Y

Relação entre o que é preciso perder em X para ganhar uma unidade em Y, sem sair da curva de indiferença. Definido a partir da tangente à curva. Em geral, depende dos valores de X e Y, e também dos valores dos outros atributos.

### Pesos de importância relativa dos atributos

Se houver independência aditiva nas preferências entre atributos, os trade-offs permitem deduzir pesos de importância relativa. Se, além disso, os trade-offs forem constantes, os pesos também serão constantes.

Manuel Matos FEUP & INESC

Repare-se que, se for possível construir as curvas de indiferença, a sua aplicação permite obter imediatamente a solução preferida pelo AD.

Os conceitos apresentados nesta página são característicos da teoria da decisão clássica, baseada na construção de funções utilidade e funções de valor.

## *ideias populares que ...*

- É possível resolver analiticamente um PMC, através de uma função agregada, ou em pontos singulares, ou combinando funções de pertença de fuzzy sets, ou..., sem intervenção do Agente de Decisão.

- Tudo se pode transformar em dinheiro. Depois é fácil.

$$\left. \begin{array}{l} f_1(\mathbf{x}) \xrightarrow{x} \$_1(\mathbf{x}) \\ \dots \\ f_c(\mathbf{x}) \xrightarrow{z} \$_c(\mathbf{x}) \end{array} \right\} \$ = \sum_{i=1}^c \$_i(\mathbf{x})$$

- Podem obter-se ordenações globais a partir de ordenações parciais.
- Todos os problemas se resolvem através de:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^c I_i \cdot f_i(\mathbf{x})$$

É só perguntar os pesos ao AD

Manuel Matos FEUP & INESC

Resumem-se alguns mitos bastante difundidos (e, infelizmente, aplicados).

As tentativas de ignorar o AD (por razões de operacionalidade) através de procedimentos que vão de inocentes a quase mágicos terão sempre que falhar, na medida em que o problema de decisão, sendo humano e dependente de preferências e convicções, não pode ser completamente definido com leis peremptórias como as da mecânica. Nem sempre é fácil, no entanto, descobrir o ponto do processo em que o analista se está a substituir ao AD.

A agregação por equivalência monetária tem sido muito popular em instituições internacionais como o Banco Mundial, e estão razoavelmente suportadas em valores de referência que garantem, pelo menos, a transparência dos processos. Discute-se, no entanto, que muitos desses valores são fixados de forma bastante arbitrária, para além de suporem sempre *trade-offs* constantes.

A questão das ordenações está coberta pelo Teorema da Impossibilidade de Arrow, demonstrado nos anos 50. No entanto, continua a ser frequente o seu uso por júris, nomeadamente em concursos universitários.

Finalmente, o popular modelo aditivo linear, adequado e correctamente aplicado em muitas circunstâncias, mas que não é universalmente aplicável. Por outro lado, os pesos **nunca** são deverão ser obtidos da maneira indicada, mas através de julgamentos de indiferença e alguns cálculos.

## As grandes linhas

- Dizer ao AD o que ele deve fazer  
(*opção Normativa*)
- Dar alguns conselhos baseados em princípios razoáveis (mas não indiscutíveis)
- Evoluir para a **solução preferida**, a partir de decisões parciais sobre hipóteses que vão sendo apresentadas
- Preparar conjuntos de decisão

Função de valor, teoria da utilidade, distância ao Ideal

Escola Francesa

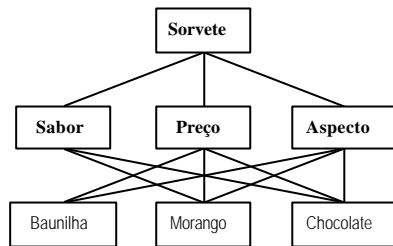
Métodos interactivos

Métodos de geração

Filtragem de soluções eficientes

## Exemplo (0): AHP

### Analytical Hierarchy Process



- Estruturação em níveis hierárquicos de critérios
- Matrizes de comparação
  - Entre sub-critérios de cada critério
  - Entre alternativas, para cada critério do nível inferior
- Cálculo de uma ordenação total de **prioridades**

Manuel Matos FEUP & INESC

Começa nesta página um conjunto de exemplo de métodos de ajuda à decisão, o primeiro dos quais é o muito divulgado AHP, proposto por Saaty. É uma abordagem normativa, ou seja, recolhidas certas informações fornecidas pelo AD, o método fornece a ordenação final das alternativas, caracterizadas por um indicador global de satisfação (prioridade).

O funcionamento do método é explicado através do exemplo.

## Exemplo (0): Resolução

### 1 Julgamentos sobre a preferência entre alternativas, em cada atributo

Sabor				
	Baunilha	Morango	Chocolate	
Baunilha	1	3/2	5	0.540
Morango	2/3	1	3	0.348
Chocolate	1/5	1/3	1	0.112

Preço				
	Baunilha	Morango	Chocolate	
Baunilha	1	1/3	1	0.185
Morango	3	1	5	0.659
Chocolate	1	1/5	1	0.156

Aspecto				
	Baunilha	Morango	Chocolate	
Baunilha	1	1/5	1	0.149
Morango	5	1	4	0.691
Chocolate	1	1/4	1	0.160

### 2 Julgamentos sobre a importância relativa dos atributos

	Sabor	Preço	Aspecto	
Sabor	1	5	7	0.731
Preço	1/5	1	3	0.188
Aspecto	1/7	1/3	1	0.081

### 3 Conclusão: prioridades globais das alternativas

Baunilha	<b>0.442</b> ✓
Morango	<b>0.434</b>
Chocolate	<b>0.124</b>

Manuel Matos FEUP & INESC

O método pede inicialmente ao AD que avalie as preferências relativas das diversas alternativas em cada atributo, com recurso a um número entre 1 (igualdade) e 9 (preferência absoluta da primeira alternativa sobre a segunda), de acordo com a escala de Saaty. Estes julgamentos são agrupados em matrizes (quadro 1), onde se espera encontrar certas relações de consistência. O interesse do método consiste precisamente em admitir inconsistências moderadas, obtendo depois uma valorização (ao lado da matriz) que é a média das colunas normalizadas (*verificar!*)

Repare-se, por exemplo, que, no atributo Sabor,  $B/M=3/2$  e  $M/C=3$ , pelo que  $B/C$  devia ser  $9/2$ , e não 5. O método propõe  $B/M=0.540/0.348$ , etc., que são valores intermédios em relação aos fornecidos pelo AD.

No quadro 2, apresentam-se julgamentos semelhantes sobre a importância relativa dos atributos, sendo aplicáveis os mesmos comentários.

Finalmente, os resultados finais são a média pesada (pelos valores do quadro 2) das prioridades em cada atributo. Se as prioridades parciais forem organizadas numa matriz (1ª coluna para Sabor, etc), o vector de resultados obtém-se multiplicando a matriz pelo vector de pesos dos atributos (quadro 2).

## Exemplo (0): Uma surpresa

- Eliminando a hipótese CHOCOLATE, mas mantendo os outros julgamentos...

	Sabor	Preço	Aspecto
Baunilha	3/5	1/4	1/6
Morango	2/5	3/4	5/6

- ... obtêm-se as seguintes prioridades globais!

Baunilha	<b>0.499</b>	
Morango	<b>0.501</b>	✓

Manuel Matos FEUP & INESC

Sem o intuito de diminuir o método, apresenta-se nesta página um dos problemas da sua aplicação, conhecido por *rank reversal*.

Em resumo, a eliminação de uma das alternativas, mantendo-se todos os outros julgamentos, conduz a uma alteração da ordem relativa entre os gelados de baunilha e morango, que poderia sintetizar-se na seguinte frase: “se houver chocolate, prefiro baunilha; se não houver, prefiro morango”.

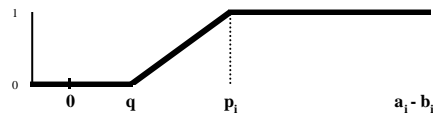
Esta situação (que também ocorre em outros métodos) não é frequente e não coloca em causa o método tanto quanto poderia parecer do exemplo algo jocoso. No entanto, esta e outras críticas têm mantido acesa uma certa controvérsia sobre o AHP.

## Exemplo (1): Electre IV

- Extensão do paradigma clássico (**P, I**) pela consideração de dois estados adicionais:

**Q** - preferência fraca      **R** - incomparabilidade

- Definição, em cada critério  $i$ , de limites de indiferença  $q(i)$  e de preferência  $p(i)$ , que estabelecem zonas de indiferença, preferência fraca e preferência forte.



- Estabelecimento de regras *razoáveis* para combinar as situações nos diversos critérios, ao comparar duas alternativas.
- Cálculo de uma destilação (eliminação progressiva) ascendente e outra descendente, e combinação numa pré-ordem parcial

Manuel Matos FEUP & INESC

O segundo exemplo refere-se a um dos métodos da família ELECTRE, típico da escola francesa. Não se justificando uma digressão sobre os seus princípios e métodos, salienta-se apenas que esta corrente metodológica é menos normativa, admitindo situações que não são aceites na teoria de decisão clássica, nomeadamente a hesitação entre preferência e indiferença ou a existência de *graus de preferência*. Para isso são definidos limites de indiferença e de preferência forte e, em certos casos, um limite de veto para afastar alternativas demasiado inferiores num dado critério. Uma outra característica destes métodos é basearem-se em comparações entre pares de alternativas, seguindo-se um processo de agregação que conduz a uma certa estruturação das alternativas, mas não necessariamente a uma ordem total.

## Exemplo (1): o problema

	Algoritmo	s/ rot	c/ rot	blazewic	shirt	milenk
1	MAX_OVERLAP DISTANCE	69.00	72.00	32.57	66.44	308.37
2	MAX_OVERLAP WASTE+OVERLAP+DISTANCE	73.00	71.00	33.96	77.96	314.95
3	MAX_OVERLAP WASTE	74.50	67.50	30.00	70.28	275.55
4	MAX_OVERLAP WASTE+DISTANCE	74.50	67.50	30.73	69.93	273.45
5	MAX_OVERLAP OVERLAP+DISTANCE	75.50	65.00	31.83	69.95	275.89
6	MAX_OVERLAP WASTE+OVERLAP	76.00	66.00	32.07	84.86	333.71
7	MAX_OVERLAP OVERLAP	78.00	67.75	31.83	70.00	314.45
8	MIN_AREA OVERLAP	67.00	67.00	33.26	68.12	315.82
9	MIN_AREA DISTANCE	68.00	77.50	30.90	67.80	298.87
10	MIN_AREA OVERLAP+DISTANCE	69.50	71.00	32.75	67.43	291.37
11	MIN_AREA WASTE	73.00	67.00	31.09	73.83	281.99
12	MIN_AREA WASTE+DISTANCE	73.00	67.50	31.75	76.07	282.80
13	MIN_AREA WASTE+OVERLAP	77.00	66.50	32.65	76.15	305.45
14	MIN_AREA WASTE+OVERLAP+DISTANCE	77.00	73.00	32.03	71.61	339.50
15	MIN_LENGTH OVERLAP	66.75	67.00	29.48	68.12	276.11
16	MIN_LENGTH DISTANCE	71.00	73.00	31.91	67.72	282.00
17	MIN_LENGTH WASTE	73.00	67.00	30.09	70.00	286.35
18	MIN_LENGTH WASTE+DISTANCE	73.00	67.50	30.42	74.42	280.14
19	MIN_LENGTH WASTE+OVERLAP	74.00	71.00	29.92	76.13	313.98
20	MIN_LENGTH WASTE+OVERLAP+DISTANCE	74.50	72.00	32.35	73.10	300.19
21	MIN_LENGTH OVERLAP+DISTANCE	83.50	67.00	28.90	67.30	281.99

Manuel Matos FEUP & INESC

O problema consiste na comparação de 21 algoritmos, testados em relação ao tempo de execução em 5 problemas de *benchmarking*.



## Exemplo (1): soluções eficientes

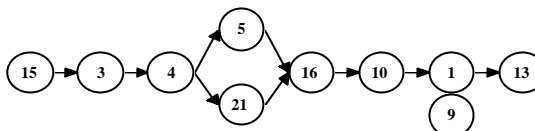
Algoritmo	s/ rot	c/ rot	blazewic	shirt	milenk
1 MAX_OVERLAP DISTANCE	69.00	72.00	32.57	66.44	308.37
3 MAX_OVERLAP WASTE	74.50	67.50	30.00	70.28	275.55
4 MAX_OVERLAP WASTE+DISTANCE	74.50	67.50	30.73	69.93	273.45
5 MAX_OVERLAP OVERLAP+DISTANCE	75.50	65.00	31.83	69.95	275.89
9 MIN_AREA DISTANCE	68.00	77.50	30.90	67.80	298.87
10 MIN_AREA OVERLAP+DISTANCE	69.50	71.00	32.75	67.43	291.37
13 MIN_AREA WASTE+OVERLAP	77.00	66.50	32.65	76.15	305.45
15 MIN_LENGTH OVERLAP	66.75	67.00	29.48	68.12	276.11
16 MIN_LENGTH DISTANCE	71.00	73.00	31.91	67.72	282.00
21 MIN_LENGTH OVERLAP+DISTANCE	83.50	67.00	28.90	67.30	281.99

Manuel Matos FEUP & INESC

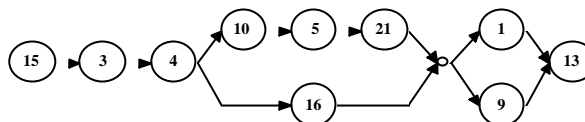
Não existe, evidentemente, nenhum algoritmo que se superiorize a todos os outros, mas é possível, antes de aplicar o método, eliminar os algoritmos dominados (*confirmar!*)

## Exemplo (1): Resultados

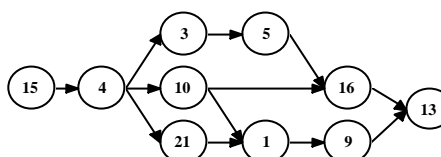
q=5% p=20%



q=5% p=5%



q=0% p=5%



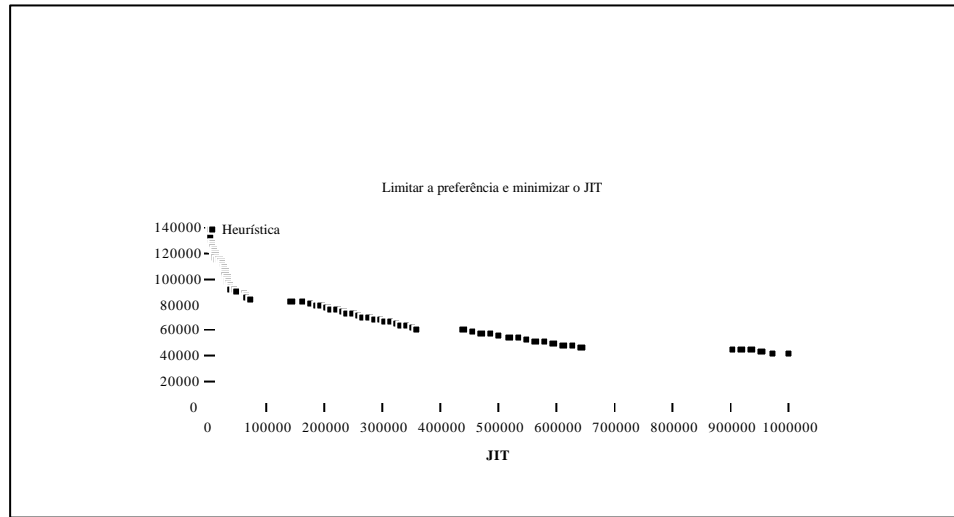
Manuel Matos FEUP & INESC

Os resultados da aplicação do método são típicos: não há ordenações globais, surgindo situações como (em cima) a dos algoritmos 5 e 21, em que não se estabelece superioridade entre os dois, mas não se diz que há indiferença (ao contrário do par 1,9). Verifica-se, no entanto, alguma estruturação das alternativas, tornando-se por exemplo notória a superioridade de 15, 3 e 4, mesmo quando se variam fortemente os parâmetros.

O parâmetro **q** regula a distinção entre indiferença e preferência fraca; quando aumenta, pequenas superioridades nos critérios são ignoradas, e há mais situações de indiferença. No caso de **p**, um valor elevado torna difícil surgirem situações de preferência forte. Isto justifica as diferenças entre os três estudos, uma vez que a agregação se baseia no número de situações de preferência forte e fraca, a favor e contra uma alternativa.

Note-se que um critério onde se definam **q** e **p** elevados (em %) perde importância em relação aos outros, pois contribui com menos situações de preferência fraca e forte para o procedimento de agregação.

## Exemplo (2): Um caso multiobjectivo



Manuel Matos FEUP & INESC

Este último exemplo mostra, no espaço dos atributos, um conjunto de soluções eficientes de um problema multiobjectivo inteiro (minimização em ambos os critérios) obtidos por um processo de geração com base num programa de programação linear inteira mista. Também se representa o resultado de uma heurística multiobjectivo que conduz a uma solução que notoriamente privilegia o objectivo JIT.

## Comentários finais

- A identificação de uma família de critérios completa e sem sobreposições é essencial para uma correcta abordagem multicritério
- A ajuda à decisão pode consistir, progressivamente em:
  - modelização do problema de decisão
  - identificação das soluções eficientes (sobretudo em problemas multiobjectivo)
  - estruturação do conjunto de soluções eficientes, de forma não peremptória
  - navegação interactiva até à escolha da decisão preferida
- Se se usarem modelos normativos (f. utilidade, f. de valor), devem seguir-se os procedimentos correctos:
  - Verificação das condições de aplicabilidade (em particular aditividade)
  - Construção robusta das funções individuais (*difícil...*)
  - Determinação dos “pesos” a partir de julgamentos de indiferença

*É errado obter os pesos por declaração do Agente de Decisão.*