Sistema por unidade

Manuel António Matos *1992, 2003*

O sistema "por unidade", ou, mais brevemente, **sistema p.u.**, consiste na definição de valores de base para as grandezas (tensão, corrente, potência, etc.), seguida da substituição dos valores das variáveis e constantes (expressas no Sistema Internacional de unidades) pelas suas relações com os valores de base pré-definidos. Para uma grandeza G o valor em p.u. numa base G_b obtém-se então através da expressão $G_{pu}=G/G_b$.

Exemplo 1:

Numa base de corrente I_b=50 A, a corrente I=30 A terá o valor $I_{pu}=\frac{I}{I_b}=\frac{30}{50}=0{,}6\ \text{pu A}$.

Os cálculos serão realizados no sistema p.u., e os resultados finais novamente convertidos para o S.I. através de $G=G_{pu}.G_b$, ou seja, multiplicando o valor em p.u. pelo valor da base.

Bases

Dadas as relações existentes entre as unidades, só poderão definir-se duas bases independentes, a partir das quais se calculam todas as outras. Num sistema de energia, definem-se vulgarmente como bases independentes a potência aparente total S_b para o sistema e a tensão composta V_b num barramento determinado. A partir desses valores, definem-se trivialmente as bases de potência por fase ($S_b/3$) e de tensão simples ($V_b/\sqrt{3}$), e também as bases para a potência activa e reactiva, numericamente iguais à base de potência aparente. Por sua vez, as bases de impedância e corrente calculam-se através das expressões:

$$Z_b=\frac{(V_b)^2}{S_b} \qquad\qquad I_b=\frac{S_b}{\sqrt{3}.V_b}$$

Numa rede com vários níveis de tensão, cujas zonas são definidas pelos transformadores existentes, haverá uma base de tensão para cada zona, sendo conveniente que as relações entre as bases de zonas adjacentes sejam iguais às relações de transformação dos transformadores que as ligam (nessa hipótese, os transformadores terão, em p.u., uma relação de transformação 1:1, o que é extremamente cómodo). As bases de impedância e corrente serão também diferentes em cada zona, como é óbvio.

Numa rede complexa, o procedimento a seguir para a definição das bases será o seguinte:

(a) Definir a base de potência total S_b para todo o sistema;
(b) Identificar as diferentes zonas de tensão;
(c) Definir a base de tensão composta V_{b1} para uma das zonas de tensão (designada arbitrariamente por zona 1);
(d) Em cada zona k ainda sem base definida, que esteja ligada a uma zona com base V_{bi} através de um transformador[1] com razão de transformação V_i/V_k, definir como base a tensão $V_{bk} = (V_k/V_i).V_{bi}$;
(e) Calcular as bases de impedância e de corrente para cada zona, a partir das bases de potência e de tensão.

Definidas as bases, todos os dados fornecidos no S.I. devem ser convertidos para p.u. No que respeita às características das máquinas (transformadores, geradores, etc.), os dados são fornecidos geralmente em valores percentuais, referidos aos valores nominais de potência e tensão da máquina. A compatibilização desses valores com as bases definidas para a rede em estudo requer uma mudança de base, cuja mecânica é descrita no ponto seguinte.

Mudança de base

A alteração das bases definidas para um elemento do sistema ou para uma rede ocasiona, obviamente, a modificação dos valores em p.u. para as diversas grandezas, com especial ênfase para as impedâncias. Supondo que se pretende passar das bases $\{S_b^0, V_b^0\}$, em relação às quais uma certa impedância tem o valor Z_{pu}^0, para as bases $\{S_b^1, V_b^1\}$, o novo valor da impedância (em p.u.) passará a ser:

$$Z_{pu}^1 = Z_{pu}^0 \cdot \frac{S_b^1}{S_b^0} \cdot \left(\frac{V_b^0}{V_b^1} \right)^2$$

Uma aplicação imediata da expressão anterior é a transformação dos valores das características das máquinas eléctricas, habitualmente dados em percentagem dos valores nominais da máquina, para valores em p.u. nas bases do sistema. Os dois exemplos seguintes ilustram essa aplicação.

Exemplo 2:

A reactância transitória de um alternador de 50 MVA, 10 kV é x'=12%. As bases da rede são, na zona do alternador, S_b=100 MVA e V_b=11 kV. Usando a expressão de mudança de base, o valor da reactância em p.u. nas bases da rede é dada por:

$$x_{pu} = 0{,}12 \cdot \frac{100}{50} \cdot \left(\frac{10}{11} \right)^2 = 0{,}198 \text{ pu } \Omega$$

[1] No caso de existirem vários transformadores entre duas determinadas zonas, escolher um qualquer deles.

Exemplo 3:

A reactância de fugas (ou tensão de curto-circuito, U_{cc}) de um transformador de 30 MVA, 60/16 kV, é x_f=8%. A base de potência da rede é S_b=50 MVA, e as bases de tensão nas zonas do primário e secundário são, respectivamente, V_{bp}=56,25 kV e V_{bs}=15 kV. Usando a expressão de mudança de base, o valor da reactância em p.u. nas bases da rede é dada por:

$$x_{pu} = 0{,}08 \cdot \frac{50}{30} \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 = 0{,}152 \text{ pu } \Omega$$

(Repare-se que igual valor se obteria se se usassem 60 e 56,25 kV em vez de 16 e 15 kV).

Expressões

A utilização do sistema p.u. traz vantagens significativas para a efectuação de cálculos em redes com vários níveis de tensão, ao permitir ignorar a presença da maior parte (ou da totalidade) dos transformadores, por estes ficarem com razão de transformação, em pu, de 1:1. Adicionalmente, não se distinguem, em p.u., tensões simples e compostas, nem potências por fase e potêncais totais. Os cálculos são realizados usando como habitualmente as leis de Kirchhoff e as expressões indicadas a seguir, válidas para grandezas em p.u., dadas em valores complexos:

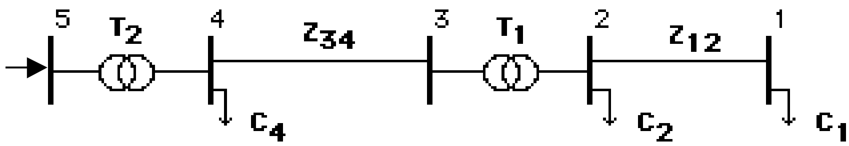
$$S_{pu} = P_{pu} + jQ_{pu} = V_{pu} \cdot I_{pu}^* \qquad\qquad V_{pu} = Z_{pu} \,.\, I_{pu}$$

A facilidade de representação do sistema de energia eléctrica decorrente da utilização do sistema p.u. levou à sua generalização em todos os modelos de análise do SEE (e não apenas nos de trânsito de potências), pelo que, salvo indicação em contrário, se supõe sempre, neste âmbito, que as grandezas indicadas e as expressões utilizadas são "por unidade".

Exemplo ilustrativo

Com o intuito de ilustrar a aplicação do sistema p.u., apresenta-se a seguir um exemplo completo de pequena dimensão.

Exemplo 4



Trf.	V_p (kV)	V_s (kV)	S_n (MVA)	x_f (%)	Linha	R (Ω)	X(Ω)	Carga	S (kVA)	cos φ
T_1	15	0,4	0,8	5	Z_{12}	0,0184	0,0070	C_1	130	0,85
T_2	60	15,5	20	10	Z_{34}	2,500	1,540	C_2	500	0,9
								C_4	10 000	0,9

A rede da figura representa um sistema simplificado, no qual se pretendem calcular as tensões nos diversos barramentos, as correntes nas linhas e ainda as perdas, resultantes da alimentação das cargas indicadas. Supõe-se que a alimentação da carga C_1 é realizada a 380 V.

Definimos como base de potência S_b=1000 kVA. Existem na rede três zonas de tensão, definidas pelos transformadores. Fixando

$V_{b1} = 400$ V = 0,4 kV — na baixa tensão

teremos:

$V_{b2} = 0{,}4.(15/0{,}4) = 15$ kV — na média tensão

$V_{b3} = 15.(60/15{,}5) = 58{,}06$ kV — na alta tensão

As impedâncias e correntes de base nas três zonas são dadas por:

$Z_{b1} = (0{,}4\ .10^3)^2 / 10^6 = 0{,}4^2/1 = 0{,}16\ \Omega$ — $I_{b1} = 10^6 / \sqrt{3}\ .(0{,}4\ .10^3) = 1443$ A

$Z_{b2} = 15^2 / 1 = 225\ \Omega$ — $I_{b2} = 10^6 / \sqrt{3}\ .(15\ .10^3) = 38{,}49$ A

$Z_{b3} = 58{,}06^2 / 1 = 3371\ \Omega$ — $I_{b3} = 10^6 / \sqrt{3}\ .(58{,}06\ .10^3) = 9{,}94$ A

Podemos agora calcular os valores por unidade das impedâncias das linhas:

$$Z_{12} = (0{,}0184 + j\ 0{,}0070) / 0{,}16 = 0{,}1150 + j\ 0{,}0438 \text{ pu } \Omega$$

$$Z_{34} = (2{,}500 + j\ 1{,}540) / 225 = 0{,}0111 + j\ 0{,}0068 \text{ pu } \Omega$$

E, usando a fórmula de mudança de base, obtemos os valores em pu das reactâncias de fugas dos transformadores:

$$x_1 = 0{,}05 \cdot \frac{1000}{800} \cdot \left(\frac{15}{15}\right)^2 = 0{,}0625 \text{ pu } \Omega \qquad x_2 = 0{,}10 \cdot \frac{1}{20} \cdot \left(\frac{15{,}5}{15}\right)^2 = 0{,}00534 \text{ pu } \Omega$$

É agora possível estabelecer o esquema em p.u., no qual os transformadores têm razão de transformação unitária, o que permite resolver o circuito como se tivesse só um nível de tensão.

Fixando a origem das fases no barramento da carga C_1, onde V_1=380/400=0,95 pu V, teremos (argumentos em graus):

$$V_1 = 0{,}95\ \underline{/0}\ \text{ pu V} \qquad C_1 = 0{,}13\ \underline{/31{,}79}\ \text{ pu VA} \qquad I_{21} = I_1 = \frac{C_1^*}{V_1^*} = 0{,}137\ \underline{/-31{,}79}\ \text{ pu A}$$

A partir destes valores, é possível calcular sucessivamente as tensões e correntes, até ao barramento de AT, e passá-los para o SI:

$V_2 = V_1 + Z_{12}\, I_{21} = 0{,}9665\ \underline{/-0{,}19}$ pu V — $|V_2| = 386{,}6$ V

$C_2 = 0{,}500\ \underline{/25{,}84}$ pu VA

$I_2 = 0{,}5173\ \underline{/-26{,}03}$ pu A

$I_{42} = I_{32} = I_{43} = I_1 + I_2 = 0{,}6536\ \underline{/-27{,}24}$ pu A $\qquad |I_{42}| = 943$ A / 25,16 A

$V_4 = V_2 + (Z_{34} + j\ x_1)\ I_{42} = 0{,}9943\ \underline{/1{,}95}$ pu V $\qquad |V_4| = 14{,}91$ kV

$C_4 = 10{,}0\ \underline{/25{,}84}$ pu VA

$I_4 = 10{,}06\ \underline{/-23{,}90}$ pu A

$I_{54} = I_{42} + I_4 = 10{,}71\ \underline{/-24{,}10}$ pu A $\qquad |I_{54}| = 412$ A / 106,5 A

$V_5 = V_4 + j\ x_2\ I_{54} = 1{,}021\ \underline{/4{,}83}$ pu V $\qquad |V_5| = 59{,}27$ kV

$S_5 = V_5 \cdot I_{54}^* = 10{,}93\ \underline{/28{,}93} = 9{,}567 + j\ 5{,}288$ pu VA $\qquad P_5 = 9{,}567$ MW $\qquad Q_5 = 5{,}288$ Mvar

$P_{perdas} = P_5 - P_{C1} - P_{C2} - P_{C4} = 9{,}567 - 0{,}1105 - 0{,}450 - 9{,}000 = 0{,}0069$ pu W (6,9 kW)