FEUP Universidade do Porto Faculdade de Engenharia

Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

EEC5275
Complementos de Comunicações Digitais

(2004-2005)

Primeiro Mini-teste

Duração: 1.30h (sem consulta) 9 de Novembro de 2004

1. O sinal $a(n) = w(n) + 0,4w(n-1) + 0,2w(n-2)$, em que $w(n)$ representa uma amostra de ruído branco com variância σ_w^2, é aplicado a um filtro FIR de dois coeficientes. A resposta desejada é $a(n+1)$.

a) Determine o valor dos coeficientes do filtro que minimiza o erro quadrático médio.

b) Calcule o valor mínimo desse erro quadrático médio (se não tiver respondido à alínea a) considere $\mathbf{c}_{opt} = \begin{bmatrix} 0,4 & 0 \end{bmatrix}^T$).

2. À entrada de um sistema adaptativo é aplicado um sinal com uma matriz de autocorrelação $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ e sabe-se que $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \end{bmatrix}^T$. Poderá verificar que um dos valores próprios da matriz **R** vale $\lambda_0 = 1$, ao qual está associado o vector próprio $1/\sqrt{2}\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}^T$. O outro vector próprio de **R** tem elementos positivos.

a) Determine os coeficientes óptimos do filtro.

b) Determine o valor de ε se $\mathbf{c}_e = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$, sabendo que o valor mínimo da superfície de erro é $\varepsilon_{\min} = 5$.

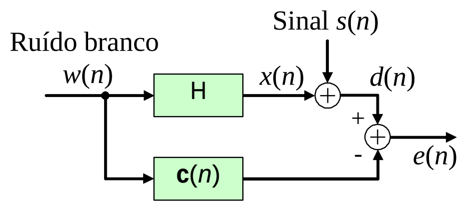
c) Determine a disparidade de valores próprios de **R** e o valor óptimo (no sentido da velocidade de convergência) do passo de adaptação, μ_{opt}, usado no algoritmo do gradiente.

d) Considere o algoritmo do gradiente com μ = 0,2. Determine os modos naturais $\nu(n)$ no instante *n* = 4 admitindo que o vector de erro de coeficientes inicial é igual a $\mathbf{c}_e(0) = \begin{bmatrix} -2\sqrt{2} & -\sqrt{2}/2 \end{bmatrix}^T$.

e) Considerando ainda μ = 0,2 calcule o valor dos coeficientes do filtro adaptativo no instante *n* = 2 supondo que $\mathbf{c}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.

(vsff)

3. Considere a figura seguinte. A entrada *w*(*n*) representa ruído branco e *s*(*n*) representa um sinal não correlacionado com *w*(*n*), verificando-se que as suas variâncias são ambas unitárias, $\sigma_w^2 = \sigma_s^2 = 1$. O filtro **H** tem uma resposta impulsional amostrada $h(n) = \delta(n) + \frac{3}{2}\delta(n-1)$ (a qual também se pode descrever pelo vector $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 \end{bmatrix}^T$). O filtro adaptativo **c**(*n*), a actuar neste esquema como cancelador de ruído, possui dois coeficientes.



a) Determine uma gama de valores de μ que garanta a convergência do algoritmo LMS.

b) Calcule o valor mínimo do erro quadrático médio $E\left[e^2(n)\right]$.

c) Qual é o valor do passo de adaptação para o qual se obtém um desajuste de 10%? E qual é o valor correspondente do erro quadrático médio final, $\varepsilon(\infty) = E\left[e^2(\infty)\right]$?

4. À entrada de um filtro adaptativo de dois coeficientes apresenta-se o sinal $a(n) = \cos \pi n$ sendo a resposta desejada $d(n) = \sqrt{2} \cos \pi (n - 1/4)$. Na adaptação de coeficientes, inicializados em zero, vai ser usado o algoritmo RLS com um factor de esquecimento unitário e $\widehat{\mathbf{R}}^{-1}(0) = 200\mathbf{I}$.

d) Determine $\mathbf{k}(1)$.

e) Exprima o erro de estimação "a posteriori" $e(n)$ em função do erro de estimação "a priori" $e'(n)$. Depois, e tomando $200/401\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}^T$ como o vector de ganho de Kalman no instante *n* = 1, calcule $e(1)$.

FEUP Universidade do Porto Faculdade de Engenharia

Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

EEC5275
Complementos de Comunicações Digitais

(2004-2005)

Segundo Mini-teste

Duração: 1.30h (sem consulta) 14 de Dezembro de 2004

1. Um sinal BPSK a 1 Mbits/s é emitido com uma potência de 10 dBW e perturbado por ruído branco com $N_0/2 = 10^{-10}$ e uma interferência pulsada de potência 20 dBW. Ambos os sinais (BPSK e interferência) chegam ao receptor atenuados em 20 dB.

a) Determine a probabilidade média de bit errado no caso de a interferência ser usada com um "duty factor" de 25%.

b) Repita a alínea anterior para o caso de se usar espalhamento espectral DS/BPSK com o mesmo débito binário e uma "chip rate" de 100 Mchips/s. Nota diferença relativamente à situação sem espalhamento?

c) Qual é o ganho de processamento do sistema de espalhamento espectral?

2. Um sinal DS/BPSK com uma "chip rate" de 10 Mchips/s é observado num ambiente de ruído AWGN com um detector de energia (radiómetro) durante 0,1 ms.

a) Determine a razão E_S/N_0 no detector necessária para que o sinal seja detectado em 70% dos casos. Sabe-se que a probabilidade de erradamente se indicar a sua existência é 10^{-4}.

b) Qual o tempo de observação necessário para se detectar um sinal de E_S/N_0 = 30 dB com 90% de probabilidades de sucesso?

3. Considere um sistema SS/BPSK com um ganho de processamento de 23 dB num ambiente de 100 emissores simultâneos. Um desses emissores deseja comunicar com um dado receptor. O sinal recebido de cada um dos 99 emissores interferentes tem aproximadamente a mesma potência.

a) Determine a probabilidade de bit errado no receptor.

b) Repita para K = 20 emissores.

c) Imagine agora que ao contrário da situação anterior, um dos emissores interferentes está muito mais próximo do receptor que qualquer dos outros. Supondo que o sinal deste emissor mais próximo é recebido no receptor com uma potência dez vezes maior que a potência dos outros sinais recebidos, determine P_e para K = 20 e K = 100.

Interprete os resultados comparando-os com os obtidos nas alíneas anteriores.

4. Considere um sistema FH/BFSK de saltos lentos com uma "bit rate" de 3 kbits/s. A detecção é não-coerente e o canal apresenta ruído gaussiano branco com $N_0 = 10^{-20}$ W/Hz, verificando-se que à entrada do decisor se tem $E_b/N_0 = 60$ dB. Pretende-se atingir $P_e = 10^{-6}$ quando o sistema está na presença de interferência de banda larga com uma potência cinco vezes maior que a do sinal SS.

a) Qual é o ganho de processamento mínimo do sistema?

b) Quantas bandas de frequência de salto são usadas?

c) Calcule a largura de banda do sinal espalhado.

Nota: com BFSK, detecção não-coerente e ruído AWGN tem-se $P_e = \frac{1}{2}\exp\left(-E_b/2N_0\right)$.

5. Um gerador de sequências PN de comprimento máximo é caracterizado pelo vector 211_8.

a) Apresente o polinómio binário gerador da sequência.

b) Desenhe o circuito do gerador PN.

c) Quantos polinómios primitivos com o mesmo grau do anterior existem?

d) Quantas sequências de Gold pode obter a partir da sequência *m* anterior?

e) Calcularam-se as funções de correlação cruzada entre vários pares de sequências binárias com o mesmo comprimento das anteriores, dos quais um é constituído por sequências de Gold. Os valores máximos absolutos obtidos foram: 9, 15, 17, 31 e 33. Qual destes valores diz respeito às sequências de Gold? Justifique.

6. Considere a sequência *m* **x** = 100010011010111 de comprimento 15.

a) Quantas sequências de Kasami pode formar a partir de **x**?

b) Determine essas sequências.

c) Calcule $R_c(0)$ entre **x** e qualquer uma das outras sequências de Kasami. Quais são os valores de $R_c(j)$, $j \neq 0$, que obteria?

d) Quantas sequências de Gold pode formar a partir de **x** e qual o valor de $\left|R_c(j)\right|_{\max}$?