EEC5275 - Complementos de Comunicações Digitais (2002-2003)

Resolução do 2º mini-teste (6-12-02)

1. $\left(P_j/P\right)_{dB} = P_j(dBW) - P(dBW) = \left(P_{Tj} - L_s^{'}\right) - \left(P_T - L_s\right) = (60-160)-(35-200) = 65\,\text{dB}$. Pressupondo interferência de banda estreita temos $P_j/P = \dfrac{PG}{E_b/N_0}$ e

$$PG_{dB} = \left(P_j/P\right)_{dB} + \left(E_b/N_0\right)_{dB}$$

Fazendo $\dfrac{E_b}{N_0} = \dfrac{E_b}{N_j} = 10$ teremos $PG_{dB} = 65+10 = 75$ dB.

2. $P_b \approx Q\left(\sqrt{\dfrac{2E_b}{N_0+(K-1)PT_c}}\right) = Q\left(\sqrt{\dfrac{2PT_b}{N_0+(K-1)PT_c}}\right)$. Desprezando N_0 e sabendo que $PG = \dfrac{T_b}{T_c}$ temos

$$P_b \approx Q\left(\sqrt{\frac{2PG}{K-1}}\right)$$

a) $K = 21$ e $P_b \approx Q\left(\sqrt{\dfrac{2PG}{20}}\right) < 10^{-6} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\dfrac{PG}{10}} > 4{,}75 \quad \Rightarrow \quad PG > 225{,}6$ (23,5 dB)

b) $PG = 26$ dB (398,1) e $P_b \approx Q\underbrace{\left(\sqrt{\dfrac{2\times 398{,}1}{K-1}}\right)}_{4{,}75} < 10^{-6} \quad \Rightarrow \quad K-1 < \dfrac{2\times 398{,}1}{4{,}75^2} = 35{,}3$

Logo, $K-1 = 35$ emissores, no máximo.

c) $K = 21$, $PG = 26$ dB (398,1) e $P_b \approx Q\left(\sqrt{\dfrac{2PG}{a+K-2}}\right) = 3.10^{-5}$. Queremos determinar a.

$$Q\left(\sqrt{\frac{2PG}{a+K-2}}\right) = 3.10^{-5} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{2PG}{a+K-2}} = 4$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{2PG}{16} - (K-2) = \frac{2PG}{16} - 28 = 21{,}8 \ (\approx 13{,}4\ \text{dB})$$

A potência recebida do emissor mais próximo está cerca de 13,4 dB acima da potência recebida de cada um dos outros.

Nota: se se tivesse usado a "Standard Gaussian Approximation" (SGA) $P_b \approx Q\left(\sqrt{\dfrac{3PG}{a+K-2}}\right)$ em vez de $P_b \approx Q\left(\sqrt{\dfrac{2PG}{a+K-2}}\right)$ obteríamos valores mais próximos dos verdadeiros.

4. $E_b/N_0 = 60\,\text{dB}\ (10^6) \Rightarrow \quad E_b = 10^6 N_0 = 10^{-15}\,\text{J}$

$\Rightarrow \quad P = E_b R_b = 10^{-15} \times 3000 = 3.10^{-12}\,\text{W} \quad \Rightarrow \quad P_j = 5P = 15.10^{-12}\,\text{W}$

a) Com desmodulação não-coerente: $P_b = \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{E_b}{2\left(N_0 + N_j\right)}\right] \le 10^{-7}$. Daqui tiramos

$$\frac{1}{2}\exp\left[-\frac{10^{-15}}{2\left(10^{-21} + N_j\right)}\right] \le 10^{-7} \qquad \Rightarrow \qquad N_j \le 3,24.10^{-17}\,\text{W/Hz}$$

Ora $N_j = \frac{P_j}{B_j} \qquad \Rightarrow \qquad B_j\ (= B_{SS}) = \frac{P_j}{N_j} \ge 4,62.10^5\,\text{Hz}$

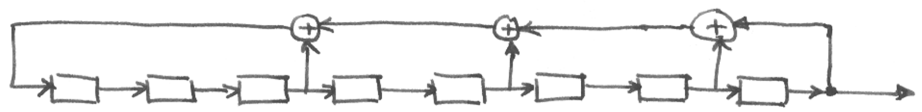
$$PG = \frac{B_{SFH}}{B_{BFSK}} = \frac{B_{SFH}}{2R_b} \ge \frac{4,62.10^5}{2 \times 3000} = 77$$

Mas $PG = 2^j$, pelo que terá de ser $PG = 2^7 = 128$.

b) $B_{SFH} = PG \times 2R_b = 128 \times 6000 = 768\,\text{kHz}$.

5. 453 $\rightarrow$ 100 101 011 $\rightarrow$ $x^8 + x^5 + x^3 + x + 1$

a) O registo de deslocamento tem 8 andares:



b) Como se trata de uma sequência *m*: $R(\tau) = \begin{cases} 1 & \tau = 0, N, \dots \\ -1/N & \tau \ne 0, N, \dots \end{cases}$

c) Número de polinómios primitivos de grau 8:

$$\frac{\phi\left(2^8 - 1\right)}{8} = \frac{\phi(255)}{8}.$$

Mas $\phi(N) = N\prod_{i=1}^{I}\frac{p_i - 1}{p_i} \qquad \Rightarrow \qquad \phi(255) = 255 \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{16}{17} = 128$

Logo, $\frac{\phi(255)}{8} = 16$ polinómios primitivos.

d) 453 $\rightarrow$ 100 101 011 $\xrightarrow{reciproco}$ 110101001 $\rightarrow$ $x^8 + x^7 + x^5 + x^3 + 1$.

6\. a) $u^7+u^3+1 \longrightarrow$ gera seq. $\underline{a} \longrightarrow b = a[q]$, em que q é tal que: 1) é ímpar

2) m.d.c. $(N, q) = 1$, $N = 2^n - 1$

3) $q = 2^k + 1$ ou $q = 2^{2k} - 2^k + 1$

4) m.d.c. $(n, k) = \begin{cases} 1 & n \text{ ímpar} \\ 2 & n = 2 \bmod 4 \end{cases}$

Não há pares preferidos se $n = 0 \bmod 4$.

Neste caso $n = 7$, $N = 127$ (primo). A decimação pode ser feita por $q = 3$, que satisfaz todas as condições acima.

b) Sendo sequências preferidas, $R_c(\tau) \in \{-1, -t(n), t(n)-2\}$, com $t(n) = t(7) = 2^{\lfloor \frac{n+2}{2} \rfloor} + 1 = 17 \Rightarrow R_c(\tau) \in \{-1, -17, 15\}$.

c) Seq. Gold $= \{a, b, a \oplus b, a \oplus Tb, \ldots, a \oplus T^{(N-1)} b\}$

Existem $N+2 = 129$ seq. de Gold geradas a partir da seq. $\underline{a}$.

$R_c(\tau) \in \{-1, -17, 15\}$

d) Seq. Kasami $= \{a, b', a \oplus b', a \oplus Tb', \ldots, a \oplus T^{(2^{n/2}-2)} b'\}$

com $b' = \underbrace{a'a' \ldots a'}_{q = 2^{n/2}+1}$

O número de andares $\underline{\underline{n}}$ tem de ser par. Como aqui $n = 7$ concluímos que não existem seq. de Kasami. Se existissem, os valores da f. correl. cruzada seriam três: $\{-1, -s(n), s(n)-2\}$, c/ $s(n) = \frac{1}{2}[t(n)+1] = 2^{n/2} + 1$.