1

CCD 2004-2005

2.º Mini-teste (14-12-04)

1- BPSK, $R_b = 1$ Mbit/s, $P_T = 10W \Rightarrow P_R = \frac{10}{100} = 0{,}1 W$

$$\Rightarrow E_b = \frac{P_R}{R_b} = \frac{0{,}1}{10^6} = 10^{-7} J$$

$$P_j = \frac{100}{100} = 1 W$$

$$N_0 = 2.10^{-10} \ W/Hz$$

a) Larg. de banda: $B' = 2R_b = 2.10^6$ Hz $= 2$ MHz

$$N_j' = \frac{P_j}{B'} = \frac{1}{2.10^6} = 0{,}5.10^{-6} \ W/Hz$$

$$\bar{P}_b' = (1-\rho)Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) + \rho Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0+N_j'/\rho}}\right) \approx \rho Q\left(\sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j'}}\right),$$

se $N_j' >> N_0$, o que é verdade.

Substituindo valores: $\bar{P}_b' \approx \rho Q\left(\sqrt{\frac{2\times 0{,}25 \times 10^{-7}}{0{,}5.10^{-6}}}\right) =$

$$= 0{,}25\,Q\left(\sqrt{0{,}1}\right) = 0{,}094$$

b) Com espalhamento: $B_{DS} = 2R_c = 2.10^8 = 200$ MHz

$$N_j = \frac{P_j}{B_{DS}} = \frac{1}{2.10^8} = 0{,}5.10^{-8} \ W/Hz$$

$$\bar{P}_b \approx \rho Q\left(\sqrt{\frac{2\rho E_b}{N_j}}\right) = 0{,}25\,Q\left(\sqrt{\frac{2\times 0{,}25.10^{-7}}{0{,}5.10^{-8}}}\right) = 0{,}25\,Q\left(\sqrt{10}\right) =$$

$$= 2{,}06.10^{-4}$$

c) $PG = \frac{R_c}{R_b} = 100$ (20dB)

2- a) $P_d = 1 - Q\left[\frac{P}{N_0}\sqrt{\frac{T}{B}} - Q^{-1}(P_{fa})\right]$, com $B = 2R_c = 20\,MHz$.

$$\Rightarrow \frac{P}{N_0}\sqrt{\frac{T}{B}} - Q^{-1}(P_{fa}) = Q^{-1}(1-P_d)$$

$$P = E_s/T \Rightarrow \frac{P}{N_0}\sqrt{\frac{T}{B}} = \frac{E_s}{N_0}\cdot\frac{1}{T}\sqrt{\frac{T}{B}} = \frac{E_s}{N_0}\sqrt{\frac{1}{BT}}$$

Logo, $\frac{P}{N_0}\sqrt{\frac{T}{B}} = \frac{E_s}{N_0}\frac{1}{\sqrt{BT}} = Q^{-1}(P_{fa}) + Q^{-1}(1-P_d)$

ou $$\frac{E_s}{N_0} = \sqrt{BT}\left[Q^{-1}(\underset{\underset{10^{-4}}{\uparrow}}{P_{fa}}) + Q^{-1}(1-\underset{\underset{0,7}{\uparrow}}{P_d})\right]$$

Substituindo valores:

$$\frac{E_s}{N_0} = 189,77 \quad (22,78\,dB)$$

b) Da expressão de E_s/N_0 acima obtém-se $T = \frac{1}{B}\left[\frac{E_s/N_0}{Q^{-1}(P_{fa}) + Q^{-1}(1-P_d)}\right]^2$

Substituindo valores obtemos $T = 0,002\,s = 2\,ms$.

3- Desprezando o ruído temos

$$P_e \approx Q\left(\sqrt{\frac{2P_s T}{(K-1)P_s T_c}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2PG}{K-1}}\right)$$

Se o sinal de um dos emissores for recebido c/ uma potência $\underline{a}$ vezes maior então $P_e \approx Q\left(\sqrt{\frac{2PG}{a+K-2}}\right)$

$PG = 23dB \longrightarrow PG = 200$

a) $P_e \approx Q\left(\sqrt{\frac{2\times 200}{99}}\right) = 0,0222 \quad (K=100)$

b) $P_e \approx Q\left(\sqrt{\frac{400}{19}}\right) = 2,23.10^{-6} \quad (K=20)$

c) $P_e \approx Q\left(\sqrt{\frac{400}{8+K}}\right)$ pois $a = 10$

$$\Rightarrow P_e \approx Q\left(\sqrt{\frac{400}{108}}\right) = 0,0271 \quad (K=100)$$

$$P_e \approx Q\left(\sqrt{\frac{400}{28}}\right) = 7,9.10^{-5} \quad (K=20)$$

A situação piorou em ambos os casos mas mais significativamente com menos emissores.

Os cálculos anteriores são pessimistas. Usando a “Standard Gaussian Approximation” $P_b \approx Q\left(\sqrt{\dfrac{3PG}{a+K-2}}\right)$ obteríamos novos valores, mais próximos dos valores verdadeiros:

a) $6{,}9.10^{-3}$; b) $9{,}6.10^{-9}$; c) $9{,}2.10^{-3}$ (K = 100) e $1{,}8.10^{-6}$ (K = 20).

4. $E_b/N_0 = 60\,\text{dB}\ (10^6) \Rightarrow \qquad E_b = 10^6 N_0 = 10^{-14}\,\text{J}$

a) $P = E_b R_b = 10^{-14}\times 3000 = 3.10^{-11}$ W $\quad\Rightarrow\quad P_j = 5P = 15.10^{-11}$ W.

De $P_b = \dfrac{1}{2}\exp\left[-\dfrac{E_b}{2\left(N_0+N_j\right)}\right] \le 10^{-6}$ tiramos $N_j \le 3{,}8.10^{-16}$ W/Hz.

Como $N_j = \dfrac{P_j}{B_j} \qquad \Rightarrow \qquad B_j\ (= B_{SFH}) = \dfrac{P_j}{N_j} \ge 3{,}94.10^5$ Hz

$$PG = \frac{B_{SFH}}{B_{BFSK}} = \frac{B_{SFH}}{2R_b} \ge \frac{3{,}94.10^5}{2\times 3000} = 65{,}67 \ \ (18{,}2\ \text{dB})$$

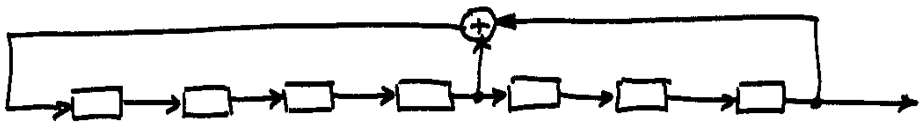
De $PG = 2^j \ge 65{,}67$ concluímos que $PG = 2^7 = 128$.

b) Número de bandas de frequência: $2^7 = 128$.

c) $B_{SFH} = PG \times 2R_b = 128\times 6000 = 768\,\text{kHz}$.

5 - a) $211_8 \longrightarrow 010001001 \longrightarrow x^7+x^3+1 \Longrightarrow$ 7 andares

b)



c) $$\frac{\phi(N)}{n} = \frac{\phi(2^7-1)}{7} = \frac{\phi(127)}{7} = \frac{126}{7} = 18 \text{ polinómios.}$$

d) $S_{Gold} = \{a, b, a\oplus b, a\oplus Tb, \ldots\, a\oplus T^{N-1}b\}$

Existem $N+2 = 127+2 = 129$ seq. de Gold.

e) $|R_c(j)|_{max} = t(n) = 2^{\left\lfloor \frac{n+2}{2}\right\rfloor}+1 = 2^4+1 = 17.$

É este o valor procurado.

(4)

6. $\underline{u} = 1000100110 10111$ $\qquad N=15 \Rightarrow n=4.$

a) $M = 2^{n/2} = 2^2 = 4$ seq. de Kasami (pequeno conjunto)

b) $q = 2^{n/2}+1 = 2^2+1 = 5$

$y' = u[q] = u[5]$ $\qquad$ Período $2^{n/2}-1 = 3$

$y' = u[5] = 101$

Repetindo y' $2^{n/2}+1 = 5$ vezes obtemos

$y = 101\,101\,101\,101\,101$

$$S_{kasami} = \{u, u\oplus y, u\oplus Ty, \ldots, u\oplus T^{(2^{n/2}-2)}y\}$$

Vamos calcular as quatro seq. de Kasami (pequeno conjunto). Uma é a própria sequência $\underline{u}$. As outras são:

$$\begin{array}{rl} u = & 100010011010111 \\ \oplus\; y = & 101101101101101 \\ \hline & 001111110111010 \quad (u\oplus y) \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} u = & 100010011010111 \\ \oplus\; Ty = & 011011011011011 \\ \hline & 111001000001100 \quad (u\oplus Ty) \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} u = & 100010011010111 \\ \oplus\; T^2y = & 110110110110110 \\ \hline & 010100101100001 \quad (u\oplus T^2y) \end{array}$$

c) Contando as concordâncias e as discordâncias:

$R_c(0) = C - D = 5 - 10 = -5.$

Os outros valores de $R_c(j)$, $j \neq 0$, são

$\{-s(n), -1, s(n)-2\}$, com $s(n) = 2^{n/2}+1 = 5 \Rightarrow \{-5, -1, 3\}.$

d) Como $n=4$, não há sequências de Gold sequer.