



**EEC5275**  
**Complementos de Comunicações Digitais**  
(2001-2002)

***Primeiro Mini-teste***

Duração: 1.30h (sem consulta)

15 de Novembro de 2001

---

1. O que é a equação de Wiener-Hopf? Apresente o raciocínio que a ela conduz deduzindo a equação.
2. No algoritmo do gradiente toma-se o valor do passo de adaptação  $\mu = \frac{1}{\lambda_{\min} + \lambda_{\max}}$  se se desejar atingir a máxima velocidade de convergência. Explique porquê deduzindo a expressão apresentada.
3. Mostre que no algoritmo LMS a estimativa do gradiente não é tendenciosa e que, em média, o vector de coeficientes tende para o vector óptimo  $c_{opt}$ .
4. Deduza uma relação entre os erros de estimação "a priori" e "a posteriori" usados no algoritmo dos mínimos quadrados recursivos.
5. A forma de onda  $v(n) = 2 \cos(\pi n/2 - \pi/3)$  encontra-se à entrada de um filtro de Wiener de dois coeficientes cuja resposta desejada é  $d(n) = 4 \cos \pi n/2$ . Determine:
  - a) Matriz de autocorrelação de entrada.
  - b) Vector de correlação cruzada.
  - c) Vector de coeficientes óptimos.
  - d) Mínimo da superfície de erro.
6. Num sistema adaptativo a matriz de autocorrelação de entrada é  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  e o sinal desejado tem uma potência média de 5W. Sabe-se que quando os

coeficientes do filtro têm os valores  $\mathbf{c} = [1 \ 0,5]^T$  o gradiente da superfície de erro vale  $\nabla = [0,5 \ 0]^T$ .

- a) Determine o valor mínimo da superfície de erro.
  - b) Se usar o algoritmo LMS com  $\mu = 0,05$  quanto vale o valor médio da função de custo numa situação estabilizada de convergência? (Nota: se não tiver resolvido a alínea a) tome  $\varepsilon_{\min} = 0,8$ )
  - c) Calcule o valor médio dos coeficientes do filtro adaptativo no instante  $n = 4$ . Admita, para isso, que no instante  $n = 2$  os coeficientes atingem o valor médio  $\mathbf{c}(2)_{med} = [0,6 \ 0,3]^T$ .
- 7.** Um filtro adaptativo de um único coeficiente é usado com o algoritmo RLS com um factor de esquecimento de 0,8. Na entrada do filtro encontra-se a sinusóide  $\cos n\pi/4$  e a saída é comparada com o sinal de referência  $2\sin n\pi/4$ . O sistema é inicializado com coeficiente nulo e  $\hat{\mathbf{R}}(0) = 0,005$ .
- a) Calcule o valor da matriz de autocorrelação de entrada  $\hat{\mathbf{R}}(1)$ .
  - b) Calcule o erro de estimação a priori no instante  $n = 2$ .
  - c) Determine o vector de ganho de Kalman  $\mathbf{k}(2)$ .