



Exame de 1ª chamada de  
**Teoria da Informação – EEC4289**  
(2004-2005)

Duração: 2 horas (sem consulta)

29-6-2005

Nome \_\_\_\_\_

*As perguntas 1-3 devem ser respondidas nesta folha e as perguntas 4-6 em folha separada. Tenha em atenção que nas perguntas de escolha múltipla cada escolha errada desconta 1/4 da cotação.*

1. Considere o canal discreto de entrada  $X$  e saída  $Y$  caracterizado pela matriz

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

- a) (4 p.) Calcule  $H(Y)$  se a distribuição de probabilidades de  $X$  for  $(1/4, 1/6, 1/4, 1/3)$ .

1,96       1,98       0,98       \_\_\_\_\_

- b) (4 p.) Determine a equivocação do canal.

1,96       1,98       0,98       \_\_\_\_\_

- c) (6 p.) Calcule a capacidade do canal e apresente uma distribuição otimizada de probabilidades de  $X$ .

1       1,5       2       \_\_\_\_\_

*Distribuição otimizada de probabilidades de  $X$ :*

v.s.f.f

2. a) (3 p.) O número ISBN de um dado livro é 0-87805-748-A. Qual é o carácter A que falta preencher no número sabendo que se usa módulo 11 e pesos 1, 2, ..., 10?

1                       0                       X                       \_\_\_\_\_

- b) (3 p.) Qual dos números, 0-306-81296-7 ou 0-306-81926-7, é um número ISBN válido? Verificará assim que a troca de dois algarismos é detectada.

3. Um código de blocos de dimensões  $(2^k-1, k)$  é chamado de comprimento máximo e o seu polinómio enumerador de pesos é  $A(z) = 1 + (2^k - 1)z^{2^k-1}$ . Considere um código (15, 4).

- a) (6 p.) Complete a palavra de código 11001\_\_ \_0010100.

110                       111                       100                       \_\_\_\_\_

- b) (4 p.) Qual é a distância mínima?

6                       7                       8                       \_\_\_\_\_

- c) (4 p.) Calcule a probabilidade de não serem detectados eventuais erros provocados por um canal BSC com  $p = 10^{-2}$ .

$1,4 \cdot 10^{-15}$                         $1,6 \cdot 10^{-12}$                         $3,5 \cdot 10^{-10}$                        \_\_\_\_\_

**(Continua)**

**Teoria da Informação, 1ª chamada, 29-6-2005****Continuação**

4. Uma fonte discreta produz a sequência ABCA. Sabe-se que  $P(A)=7/12$ ,  $P(B) = 1/4$  e  $P(C) = 1/6$ .
- (4 p.) Determine a entropia da fonte.
  - (4 p.) Codifique a mensagem com um codificador de Huffman binário e calcule a eficiência da codificação (se não tiver respondido à alínea anterior considere  $H = 1,4$  bits/símbolo)
  - (6 p.) Indique a fracção diádica com menor denominador que melhor representa a codificação aritmética da sequência (use ordem alfabética na codificação).
  - (4 p.) Qual é a sequência binária codificada na alínea anterior?
5. Um código corrector de erros é caracterizado pela matriz geradora seguinte.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (4 p.) Qual é a matriz de verificação de paridade?
  - (6 p.) Determine a distância mínima do código.
  - (4 p.) Use as equações de paridade para determinar a síndrome da sequência 11010001.
  - (4 p.) Apresente a matriz geradora do código (7,3) encurtado que se obtém do código dado afectando o terceiro bit. Qual é a distância mínima deste novo código?
  - (6 p.) Qual é o polinómio gerador  $g(p)$  de um código cíclico (7,3) que satisfaz a condição  $g(p) \bmod (p^3 + p^2 + p + 1) = p + 1$ ?
6. Considere o codificador convolucional gerado por  $\mathbf{G} = [7 \ 3 \ 6]$ .
- (6 p.) Desenhe o diagrama de estados.
  - (4 p.) Este codificador é catastrófico? Porquê?
  - (4 p.) Determine a matriz geradora de um codificador convolucional sistemático e recursivo equivalente ao anterior.