Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

FEUP

EEC4289 —Teoria da Informação

(2005/2006)

Duração: 2h (sem consulta) **Exame de 1ª chamada – 28-6-2006**

Nome ____

As perguntas1-3 devem ser respondidas nas folhas de enunciado e as perguntas 4-6 em folhas separadas. Tenha em atenção que nas perguntas de escolha múltipla cada escolha errada desconta 1/4 da cotação.

1. A tabela seguinte indica o número de ocorrências dos símbolos gerados por uma fonte discreta sem memória. Estes símbolos vão ser codificados através de um codificador de Huffman binário de variância mínima.

s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
22	15	20	10	23	10

a) (2 p.) Indique o conjunto dos comprimentos das palavras de código $\{n_1, n_2, \ldots, n_6\}$, o seu comprimento médio ($\bar{N}$) e a sua variância (V)?

Codificação:

Comprimentos das palavras de código, $\{n_1, n_2, \ldots, n_6\} =$

$\bar{N}$:	2,51 ☐	2,55 ☐	2,59 ☐	____________ ☐
V:	0,23 ☐	0,25 ☐	0,65 ☐	____________ ☐

b) (2 p.) Calcule a entropia, H, e a eficiência da codificação, ε.

H:	2,51 ☐	2,55 ☐	2,59 ☐	____________ ☐
ε:	96,9% ☐	98,4% ☐	100% ☐	____________ ☐

v.s.f.f

2. As palavras de um código de repetição (5,1) são transmitidas através de um canal binário simétrico com uma probabilidade de erro de transição $p = 10^{-5}$.

a) (1 p.) Determine a matriz de verificação de paridade **H**.

b) (1 p.) Determine a síndrome correspondente à palavra recebida 11001.

0110 ☐ 1111 ☐ 1001 ☐ ____________ ☐

c) (1 p.) Mostre se este código é ou não perfeito.

d) (1 p.) Calcule a probabilidade de erro após descodificação.

Fórmula(s) usada(s):

$3{,}4.10^{-10}$ ☐ $5{,}2.10^{-12}$ ☐ $9{,}8.10^{-15}$ ☐ ____________ ☐

3. Considere o código cíclico binário (n,k) sistemático de comprimento $n = 31$ gerado por um polinómio múltiplo dos polinómios 45 e 51 (em octal). Estes são dois dos factores de $p^{31} + 1$.

a) (1 p.) Calcule o polinómio gerador $g(p)$ e o valor de k.

$g(p)$

k: 10 ☐ 21 ☐ 23 ☐ ____________ ☐

(Continua)

Teoria da Informação, Época Normal, 28-6-2006

Continuação

Nome ____

b) (1 p.) É ou não possível que a distância mínima deste código seja 14? Justifique.

c) (1 p.) O polinómio $p^{12} + p^{10} + p^7 + p^5 + p^4 + p^2$ corresponde a uma dada palavra de 31 bits recebida no descodificador. Calcule a respectiva síndrome.
Nota: considere $g(p) = p^{10} + p^9 + p^8 + p^7 + p^6 + p^4 + p^3 + p^2 + 1$ *se não o tiver calculado antes*.

d) (1 p.) Determine a 21ª linha da matriz de verificação de paridade.

21ª linha de ***H***:

Página intencionalmente em branco

Teoria da Informação, Época Normal, 28-6-2006

Continuação

4. Dois países, A e B, vão jogar a final de uma importante taça de futebol e um apostador faz uma aposta $X = A$ ou $X = B$ sobre o resultado final $Z = A$ ou $Z = B$. A probabilidade, ou prognóstico, de a aposta ser feita no país A é igual a $P(X = A) = P_A = 0,6$ e resulta de um certo favoritismo desse país no mercado internacional de apostas. Supõe-se, não se sabe bem como, que a probabilidade de as equipas estarem empatadas ao fim do tempo regulamentar vale $\alpha = 0,3$ e não depende dos favoritismos. A constituição física das equipas faz prever que, havendo prolongamento, a probabilidade de a equipa A ganhar a Taça é $\beta = 0,4$.

a) (1 p.) Tendo em consideração o prognóstico P_A calcule a entropia da situação do jogo ao fim do tempo regulamentar.

b) (1 p.) Calcule a probabilidade de o país A ganhar a taça.

c) (1 p.) Alguém que não liga nada ao futebol só conhece as probabilidades P_A, α e β (as televisões estão sempre a falar disso…), não sabe se houve prolongamento ou não e só no dia seguinte ficou a saber pela primeira página de um jornal quem é que ganhou a Taça. Em quanto é que o jornal reduziu a dúvida que este não-adepto tinha sobre a situação do jogo ao fim do tempo regulamentar?

d) (1 p.) Determine a informação mútua média e a equivocação entre a aposta X e o resultado final Z.

e) (1 p.) Calcule o valor do prognóstico $P(X = A) = P_A$ para o qual a incerteza quanto ao vencedor é máxima.

5. Uma fonte discreta sem memória quaternária em que a frequência de ocorrência dos símbolos é $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,4$, $P(C) = 0,2$ e $P(D) = 0,2$ produz a mensagem ABD.

a) (2 p.) Descreva graficamente a codificação aritmética da mensagem, anotando o desenho convenientemente.

b) (1 p.) Indique um valor real que represente a mensagem.

c) (2 p.) Represente a mensagem através da sequência binária mais curta possível.

6. Um código LDPC definido pela matriz de verificação de paridade **H** apresentada é utilizado com um canal AWGN com $E_b/N_0 = 1$ dB à entrada do descodificador. Suponha que nessa entrada se recebeu a sequência de oito valores $\mathbf{y} = [-1,38 \quad -2,48 \quad 1,11 \quad 1,26 \quad -2,02 \quad 2,06 \quad 2,06 \quad -1,03]$. A descodificação é iterativa e a transferência de mensagens usa o algoritmo da *soma-e-produto*.

$$\mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) (1 p.) Desenhe o gráfico de Tanner associado a este código.

b) (1 p.) Determine a mensagem que a variável x_5 envia a f_2 e a mensagem que o nó f_4 envia a x_7 durante a *primeira* iteração.

c) (1 p.) Repita a alínea anterior usando o algoritmo *max-product*.

d) (1 p.) Supondo que, numa outra iteração, $r_{11} = 0,289$ e $r_{31} = 0,611$ calcule $L(q_{13})$.