



EEC4289 – Teoria da Informação (2005/2006)

Duração: 2h (sem consulta)

Exame de Recurso - 14-7-2006

Nome _____

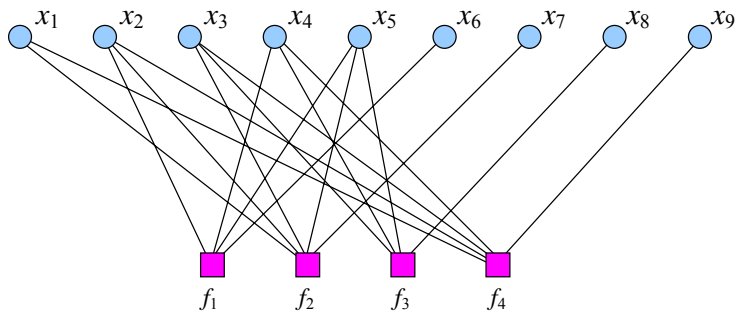
As perguntas 1-3 devem ser respondidas nesta folha e as perguntas 4-7 em folha separada. Tenha em atenção que nas perguntas de escolha múltipla cada escolha errada desconta 1/4 da cotação.

1. Uma fonte contínua produz amostras U com distribuição uniforme no intervalo $[a,b]$.

a) (2 p.) Calcule a entropia diferencial $h(U)$ e mostre em que caso pode ser negativa.

b) (2 p.) Admita que o valor médio de U é zero e que $b = \Delta/2 = 3$. Mostre que a entropia $h(U)$ desta fonte é sempre menor que a entropia de uma fonte gaussiana X com as mesmas média e variância de U .

2. Considere o seguinte grafo de Tanner de um código corrector de erros sistemático.



a) (1 p.) A palavra 110100011 é uma palavra válida do código? Justifique.

b) (1 p.) Obtenha as equações de paridade.

c) (2 p.) Apresente a matriz geradora \mathbf{G} .

d) (2 p.) Determine a distância mínima.

e) (1 p.) Suponha que quer usar um código cíclico de comprimento $n = 9$ mas tem estado hesitante entre os códigos (9,3) e (9,5). Se agora já tiver uma opinião formada indique, justificando, o polinómio gerador do código que tiver escolhido.

3. A matriz $G = [561 \ 753]$ define um codificador convolucional usado na norma UMTS de telemóveis 3G.

a) (1 p.) Indique os valores da taxa do código, R_c , do comprimento de restrição, L , e do número de estados do codificador.

R_c	1/2 <input type="checkbox"/>	1/3 <input type="checkbox"/>	1/4 <input type="checkbox"/>	_____ <input type="checkbox"/>
L	3 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	_____ <input type="checkbox"/>
Nº estados	2^2 <input type="checkbox"/>	2^5 <input type="checkbox"/>	2^8 <input type="checkbox"/>	_____ <input type="checkbox"/>

b) (2 p.) Desenhe o esquema do codificador.

c) (2 p.) Determine a matriz geradora do codificador sistemático recursivo equivalente, expressa na forma polinomial.

4. As letras da fonte X ocorrem com a frequência indicada a um ritmo regular de 1000 letras/s. A correspondente entropia da fonte é $H(X) = 3$ bits/letra.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L
0,22	0,05	0,10	0,09	0,20	0,04	0,08	0,06	0,13	0,01	0,02

- a) (3 p.) Codifique a palavra ABELHA com o código de Huffman binário sabendo que a letra I é codificada como 010.
- b) (3 p.) Calcule o comprimento médio das palavras de um código de Huffman quaternário.
- c) (2 p.) Calcule o ritmo, ou taxa, de informação da fonte, em bits/s, e a taxa de transmissão à saída do codificador quaternário, em símbolos por segundo.
- d) (1 p.) Determine a entropia de uma nova fonte Y obtida de X através de uma extensão de ordem 2.

5. Uma fonte binária de alfabeto $\{A, B\}$ produz uma mensagem que vai ser comprimida com o algoritmo LZ78. Inicialmente o dicionário está preenchido apenas com as letras A e B (por esta ordem).

- a) (3 p.) O codificador gera a sequência de apontadores $1B - 3A - 2A - 5B - 4B - 7A - 6A - 9B$. Determine a sequência produzida pela fonte.
- b) (1 p.) Admitindo que o dicionário usado na compressão tem tamanho 64 quantos bits são necessários para representar cada apontador?

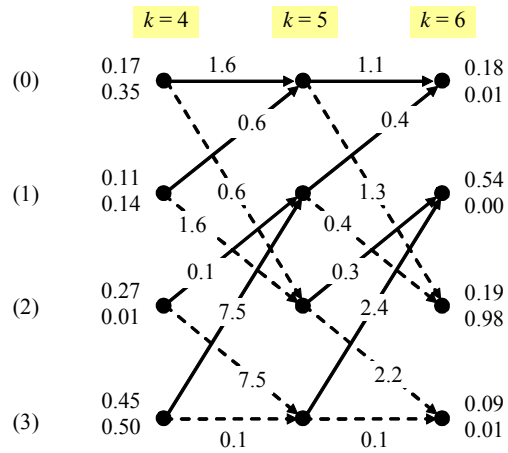
6. a) (3 p.) A função de transferência de um codificador convolucional é dada pela fracção

$$T(D, L, W) = \frac{D^5 L^3 W}{1 - DL(1 + L)W}.$$

- a1) Quantos percursos da treliça que saem do estado nulo e a ele regressam têm peso 5 e 7, quantos bits de mensagem os originaram e quantos desses bits de entrada são “uns”?
- a2) Qual é a distância livre do codificador?
- a3) Quantos percursos da treliça que saem do estado nulo e a ele regressam têm peso 12?
- b) (2 p.) Mostre se o codificador convolucional definido pela matriz $G = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ é ou não catastrófico.

v.s.f.f

7. Os valores normalizados dos parâmetros α , β e γ do algoritmo BCJR numa dada região da treliça são apresentados na figura.



- (2 p.) Calcule $\alpha_5(0)$.
- (2 p.) Calcule $\beta_5(0)$.
- (1 p.) Admita que $\alpha_5(1) = 0,56$, $\alpha_5(2) = 0,05$, $\beta_5(1) = 0,23$ e $\beta_5(2) = 0,01$, Determine a probabilidade $P(3,1,\mathbf{y})$ não normalizada no instante $k = 5$.

FIM