

TÉCNICAS DE OPTIMIZAÇÃO NA DETERMINAÇÃO DE CORRESPONDÊNCIAS ENTRE OBJECTOS DEFORMÁVEIS

Luísa F. Bastos¹, João Manuel R. S. Tavares²

RESUMO

A determinação de correspondências é uma parte essencial da análise do movimento/deformação de objectos, tendo por isso um grande interesse em diversas áreas de investigação. No âmbito deste trabalho, considera-se que os objectos a emparelhar são constituídos por dados pontuais e que para a determinação das correspondências é utilizada uma metodologia, previamente existente, baseada em modelação física. Na fase de determinação das correspondências, da referida metodologia, era utilizada uma abordagem local que considera cada nodo como um elemento independente e não como pertencente a um modelo global. Para ultrapassar esta desvantagem, é apresentada uma aplicação de técnicas de optimização global de forma a ser considerada a interacção entre todos os dados pontuais. Com o emparelhamento habitual do tipo “um com um”, quando o número de nodos que constituem os objectos a emparelhar é diferente, existem pontos que obrigatoriamente não serão correspondidos. Em muitas situações, tal facto pode constituir uma desvantagem, pois implica perda de informação. Para estes casos foi desenvolvida uma solução, aplicável a objectos do tipo contorno, que permite emparelhar satisfatoriamente os nodos em excesso.

1. INTRODUÇÃO

A análise do movimento tem vindo a ser, nas duas últimas décadas, uma área importante de investigação no domínio da visão por computador. O problema da análise de movimento é tradicionalmente definido como a determinação do movimento de um objecto a partir de uma sequência de imagens, a duas ou três dimensões (2D ou 3D), capturadas em dois ou mais instantes de tempo. Seguir o movimento, numa sequência de imagens ou vídeo, é útil na determinação da posição e/ou outros parâmetros do movimento (ou deformação) de um objecto, perceptível nessa sequência.

Com a metodologia base, utilizada neste trabalho para a determinação das correspondências, constrói-se uma matriz (de afinidade) que relaciona os dados pontuais

¹ Investigadora, LOME, INEGI, Universidade do Porto. (lbastos@fe.up.pt)

² Professor Auxiliar, DEMEGI, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto. (tavares@fe.up.pt)

que constituem os dois objectos a emparelhar. Essa matriz, construída a partir da utilização do método dos elementos finitos e da análise modal, relaciona os dois objectos a emparelhar, pela análise dos deslocamentos de cada nodo no respectivo espaço modal. Desta forma, quanto menor é o valor de um elemento da matriz de afinidade, maior é a semelhança entre os deslocamentos dos nodos associados a esse elemento, e maior é a probabilidade dessa correspondência ser adequada.

Após a construção dessa matriz, é utilizada na metodologia base uma filosofia baseada numa busca local de correspondências, o que em muitos casos pode ser uma desvantagem, pois os nodos não são considerados como pertencentes a um modelo global. Para tentar ultrapassar esta desvantagem, é considerada neste trabalho uma abordagem de cariz global, utilizando métodos de optimização.

No entanto, caso o número de nodos dos objectos a emparelhar seja diferente, existirão necessariamente nodos, do objecto com o maior número de elementos, que não estarão correspondidos, pois o emparelhamento considerado é do tipo “um com um”. Em muitas situações, este tipo de emparelhamento tem necessariamente desvantagens, pois tal acarreta uma perda de informação que será mais relevante se as imagens em questão pertencem a uma sequência. Para evitar que tal aconteça, é apresentada nesta comunicação uma solução aplicável a objectos do tipo contorno, que permite o emparelhamento dos nodos em excesso, de forma satisfatória.

Na segunda secção desta comunicação é apresentada a metodologia base para a determinação das correspondências. Na secção seguinte é descrito sumariamente o problema de optimização e indicados os métodos utilizados. Na quarta secção, é apresentada a solução desenvolvida para solucionar o problema da existência de nodos em excesso, quando os objectos a emparelhar são do tipo contorno. Seguidamente, na quinta secção, são apresentados alguns resultados experimentais, obtidos com a metodologia proposta nesta comunicação. Finalmente são apresentadas algumas conclusões e enunciadas perspectivas de desenvolvimentos futuros.

2. METODOLOGIA BASE

Na metodologia base, para a determinação das correspondências entre dois objectos, é construída uma matriz, que relaciona os dois conjuntos de pontos, Sclaroff (1995); Tavares (2000). Essa matriz é construída a partir da utilização do método dos elementos finitos e da análise modal.

As vantagens da utilização do método dos elementos finitos são: (1) a equação do movimento para o sistema global é obtida pelo agrupamento das equações de cada elemento finito utilizado na modelação; e (2) a generalização de problemas 2D e 3D construídos com vários materiais e com fronteiras irregulares pode ser obtida com facilidade.

Podemos expor o sistema de equações do equilíbrio dinâmico do modelo de elementos finitos agrupados:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{R\}, \quad (1)$$

onde $\{\dot{U}\}$ e $\{\ddot{U}\}$ são a primeira e segunda derivadas de $\{U\}$ em ordem ao tempo; $[M]$, $[K]$ e $[C]$ as matrizes de massa, rigidez e amortecimento, e $\{R\}$ o vector de cargas; numa base definida pelos vectores próprios de $[M]^{-1}[K]$, resolvendo o seguinte sistema:

$$[K][\Phi] = [M][\Phi][\Omega] \quad (2)$$

onde, $[\Phi]$ é a matriz dos vectores próprios ordenados por coluna e em ordem crescente das frequências que lhes estão associadas; e $[\Omega]$ é a matriz diagonal dos valores próprios, também ordenados por ordem crescente. Na eq. 2, para um objecto 2D constituído por m nodos, tem-se:

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1 | \dots | \{\phi\}_{2m}] = \begin{bmatrix} \{u\}_1^T \\ \vdots \\ \{u\}_m^T \\ \{v\}_1^T \\ \vdots \\ \{v\}_m^T \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad [\Omega] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_{2m}^2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

e para um objecto 3D constituído por m nodos:

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1 | \dots | \{\phi\}_{3m}] = \begin{bmatrix} \{u\}_1^T \\ \vdots \\ \{u\}_m^T \\ \{v\}_1^T \\ \vdots \\ \{v\}_m^T \\ \{w\}_1^T \\ \vdots \\ \{w\}_m^T \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad [\Omega] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_{3m}^2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

O vector coluna $\{\phi\}_i$ descreve o deslocamento modal para cada nodo do modelo devido ao modo de vibração i , enquanto os vectores $\{u\}_i$ e $\{v\}_i$ (e $\{w\}_i$ para objectos 3D) são os vectores característica e, em conjunto, descrevem a localização do nodo i no espaço modal.

Os primeiros modos da matriz $[\Phi]$ são os modos de corpo rígido (três em 2D e seis em 3D). Os restantes modos associam-se a movimentos não rígidos, sendo os primeiros deste tipo associados a deformações mais globais e os últimos (de elevada frequência) a deformações essencialmente locais, Tavares (2000).

Após a construção das matrizes $[\Phi]_t$ e $[\Phi]_{t+1}$, para dois modelos de elementos finitos, t e $t+1$, de dois objectos a emparelhar, define-se a matriz de afinidade, $[Z]$, determinada a partir da distância Euclidiana entre os vectores característica dos dois objectos considerados, da seguinte forma para objectos 2D e 3D, respectivamente:

$$Z_{ij} = \left\| \{u\}_{t,i} - \{u\}_{t+1,j} \right\|^2 + \left\| \{v\}_{t,i} - \{v\}_{t+1,j} \right\|^2, \quad (5)$$

$$Z_{ij} = \left\| \{u\}_{t,i} - \{u\}_{t+1,j} \right\|^2 + \left\| \{v\}_{t,i} - \{v\}_{t+1,j} \right\|^2 + \left\| \{w\}_{t,i} - \{w\}_{t+1,j} \right\|^2. \quad (6)$$

Na metodologia previamente desenvolvida, a determinação das correspondências, de cariz local, consistia em encontrar sequencialmente, na matriz de afinidade, o menor elemento em cada linha e emparelha-lo com a coluna associada, se este for também o menor elemento da mesma e se o nível de confiança pré-estabelecido for respeitado.

3. PROBLEMA DE OPTIMIZAÇÃO

Os problemas de optimização são problemas de maximização ou minimização de funções de variáveis num determinado domínio, normalmente definido por um conjunto de restrições nas variáveis. O problema da determinação de correspondências pode ser escrito como um problema de afectação, que é um caso particular dos problemas de optimização. O problema de afectação clássico pressupõe a existência de n nodos no objecto t para emparelhar com n nodos no objecto $t+1$, e o conhecimento do custo de afectação de cada nodo i em t com cada nodo j em $t+1$, C_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, n$. Este custo de afectação é equivalente ao valor do elemento da matriz de afinidade, correspondente a (i, j) . Neste tipo de problemas pretende-se determinar o modo de distribuição dos emparelhamento, de forma a que:

- Cada nodo em t seja emparelhado apenas com um nodo em $t+1$;
- Cada nodo em $t+1$ seja emparelhado apenas com um nodo em t ;
- Sejam minimizados os custos totais de afectação/emparelhamento.

Para a formulação de um problema desta natureza, consideremos:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se nodo } i \text{ de } t \text{ for afecto ao nodo } j \text{ de } t+1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{com } i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Então, a formulação do problema de afectação clássico é a seguinte:

$$\text{minimizar } f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij},$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \text{ com } i = 1, 2, \dots, n \text{ [O nodo } i \text{ de } t \text{ é afecto apenas um nodo de } t+1 \text{],}$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \text{ com } j = 1, 2, \dots, n \text{ [A nodo } j \text{ de } t+1 \text{ é afecto apenas a um nodo de } t \text{],}$$

$$\text{e } x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j.$$

Na metodologia proposta nesta comunicação, para a determinação de correspondências de forma global, foram utilizados três métodos de optimização: o método *Húngaro*, Bastos (2003), que é o método mais simples e conhecido para a

resolução de problemas de afectação; o método *Simplex*, Löbel (2000), para problemas de fluxo, que são problemas de optimização mais gerais do que os problemas de afectação; e o método *LAPm*, Volgenant (1996), que é um método específico para a resolução de problemas de afectação, criado com o intuito de tornar essa resolução computacionalmente mais eficiente.

Na metodologia implementada, após a obtenção da solução óptima do problema de optimização, prossegue-se à rejeição dos emparelhamentos, que fazem parte dessa solução, mas não respeitam o nível de confiança pré-estabelecido. Esta restrição previne a correspondência entre nodos que tenham uma fraca afinidade entre si.

4. SOLUÇÃO PARA OS NODOS EM EXCESSO

Caso o número de nodos nos dois objectos a emparelhar não seja o mesmo, com a restrição habitual de emparelhamento do tipo “um com um”, existem necessariamente nodos em excesso que não serão emparelhados. A solução encontrada foi inicialmente acrescentar nodos fictícios ao modelo com o menor número de dados, solucionando-se assim o requisito das matrizes a otimizar terem necessariamente de ser quadradas. Após a fase de optimização, os nodos em excesso são correspondidos de forma adequada, utilizando-se um critério de vizinhança. Desta forma são permitidas correspondências do tipo “um com vários” e vice-versa para os nodos em excesso.

Este emparelhamento, baseado no critério de vizinhança, pode ser descrito resumidamente do seguinte modo: Para cada um dos nodos não emparelhados, o algoritmo implementado enquadra-o entre os nodos vizinhos mais próximos já correspondidos; A partir das correspondências desses nodos vizinhos no outro objecto, determina-se a melhor correspondência, minimizando o custo, considerando que os nodos vizinhos devem permanecer vizinhos e não devem existir correspondências cruzadas; Tal como na fase de optimização, os emparelhamentos obtidos só serão considerados, se o nível de confiança pré-estabelecido for respeitado.

A Figura 1, esquematiza dois exemplos para facilitar a compreensão do algoritmo implementado com o objectivo de emparelhar nodos correspondidos com nodos fictícios. Este algoritmo, denominado por *ADCom*, na versão actual da implementação desenvolvida, só pode ser aplicado em objectos do tipo contorno, pois os critérios de vizinhança considerados só são aplicáveis a estes.

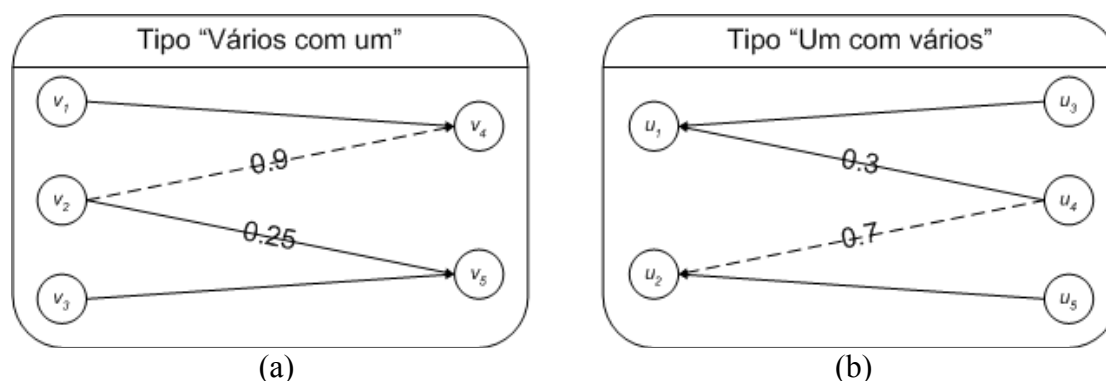


Fig. 1 – Exemplificação dos procedimentos do algoritmo *ADCom*.

Na Figura 1(a), o número de nodos do primeiro objecto é superior ao número de nodos do segundo. Nessa figura os nodos v_1 e v_3 foram emparelhados, na fase de

optimização, com os nodos v_4 e v_5 , respectivamente. Na mesma fase, o nodo v_2 foi emparelhado com um nodo fictício. O algoritmo *ADCom* procura nos nodos entre v_4 e v_5 , o que apresenta a maior afinidade com o nodo v_2 , emparelhando-os caso o nível de confiança pré-estabelecido seja respeitado. Para estes nodos tem-se um emparelhamento do tipo “vários com um”. Na Figura 1(b), o número de nodos do primeiro objecto é inferior ao número de nodos do segundo. Neste caso, o procedimento é idêntico, sendo a análise efectuada do segundo objecto para o primeiro, resultando para estes nodos um emparelhamento do tipo “um com vários”.

Note-se que, para todos os algoritmos implementados, não é considerada nenhuma informação sobre a sequência de imagens original nem qualquer relação entre os objectos a emparelhar.

5. RESULTADOS

Nesta secção são apresentados alguns exemplos de resultados experimentais obtidos com a metodologia proposta nesta comunicação.

O primeiro exemplo apresentado é composto por dois conjuntos de dados pontuais de contornos de uma “árvore”, com duas orientações distintas. Os dois objectos a emparelhar são apresentados na Figura 2. Alguns resultados numéricos, provenientes da determinação das correspondências, são apresentados na Tabela 1 e ilustrados na Figura 3.



Fig. 2 – Dados pontuais do exemplo 2D – *tree1* e *tree2*, respectivamente.

Tabela 1: Resultados do exemplo 2D – *tree1* e *tree2*.

Algoritmos	<i>tree1</i>	<i>tree2</i>	Tempo de			
	Nº nodos: 62	Nº nodos: 62				
	Nº nodos não emparelhados	Nº emp.	Custo total	execução (s)	Figura	
Sem Optimização	3	3	59	25.1491	0.01	3(a)
Método <i>Húngaro</i>	0	0	62	27.8061	64.102	3(b)
Método <i>Simplex</i>	0	0	62	27.8061	0.04	3(c)
Método <i>LAPm</i>	0	0	62	27.8061	0.04	3(d)

Através da análise dos resultados obtidos, é possível verificar que o custo total dos emparelhamentos é superior, quando é utilizado um método de optimização, no entanto com estes métodos é obtido o maior número de emparelhamentos possível. O tempo de execução da metodologia baseada nos métodos de optimização é superior ao tempo de execução da metodologia base. Nesse aspecto, o método *Húngaro* pode ser considerado pouco eficiente.

O segundo exemplo 2D é constituído por dois conjuntos de dados pontuais do contorno de um coração, em instantes diferentes (Figura 4). Na Figura 5 é apresentado o

resultado do emparelhamento, utilizando optimização e o algoritmo *ADCom*. Nesta figura estão circundadas as zonas em que são visíveis emparelhamentos, entre os dois objectos da Figura 4, do tipo “vários com um”.

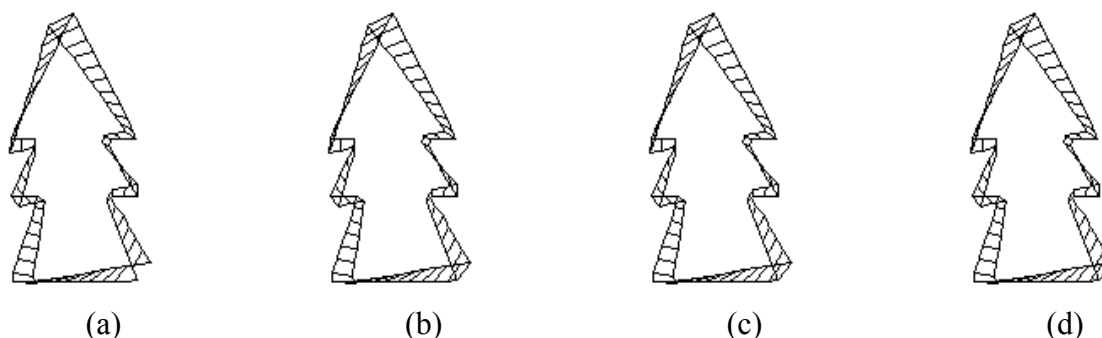


Fig. 3 – Emparelhamentos entre os objectos *tree1* e *tree2*, utilizando o método (a) sem optimização; (b) *Húngaro*; (c) *Simplex*; e (d) *LAPm*.



Fig. 4 – Dados pontuais do segundo exemplo 2D – *heart1* (32 nodos) e *heart2* (28 nodos), respectivamente.

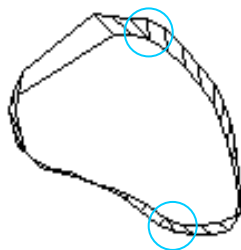


Fig. 5 – Ilustração dos emparelhamentos obtidos com o algoritmo *ADCom*.

A Tabela 2 descreve as correspondências dos nodos em excesso do objecto *heart1* com nodos do objecto *heart2*. Analogamente à Figura 1 e considerando, a título de exemplo, a primeira linha de valores da Tabela 2, a Figura 6 explica o conteúdo desta tabela.

Tabela 2: Emparelhamentos entre *heart1* e *heart2* obtidos com o algoritmo *ADCom*.

Ponto anterior		Ponto não emparelhado		Ponto posterior	
i	j	i	j	i	j
4	25	5	25	6	24
12	18	13	17	14	17
21	10	22	10	23	9
28	4	29	3	30	3

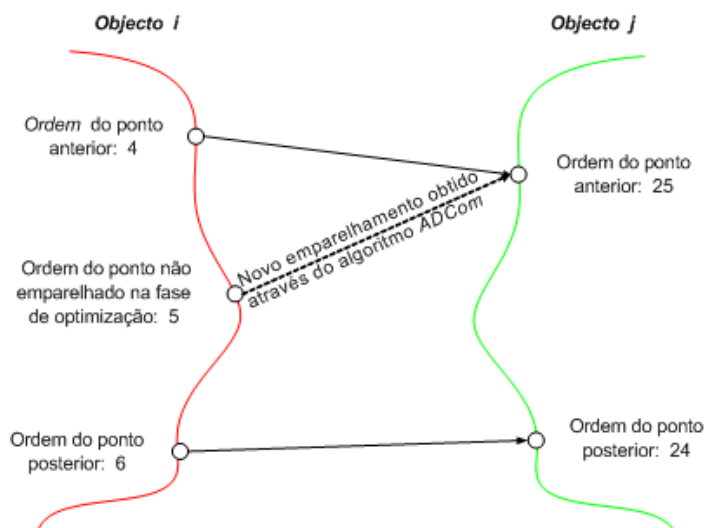


Fig. 6 – Significado dos parâmetros da Tabela 2.

O exemplo que se segue é constituído por dois objectos 3D, compostos por dados pontuais de uma “face”, com diferentes resoluções (Figura 7). Na Tabela 3 encontram-se os resultados da determinação das correspondências, utilizando os algoritmos sem optimização, *Simplex* e *LAPm*. (O método *Húngaro* não foi aplicado a este exemplo, devido ao longo tempo de execução.) As ilustrações desses resultados encontram-se nas Figuras 8, 9 e 10.

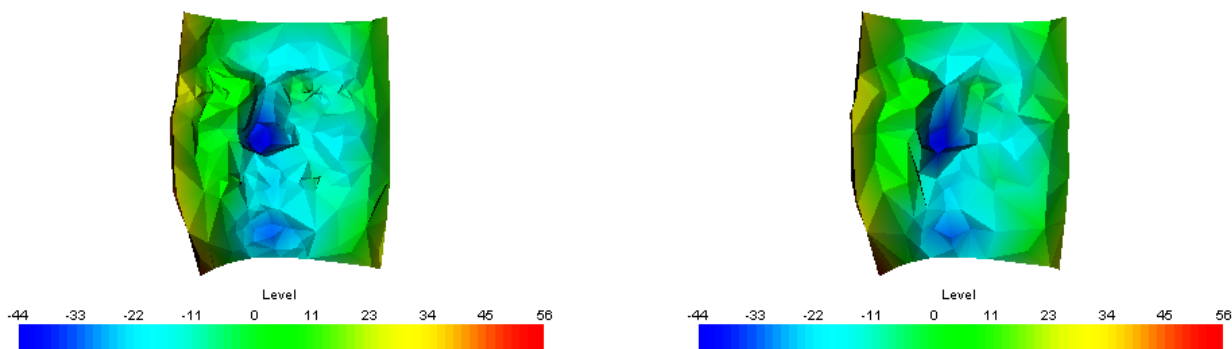


Fig. 7 – Dados pontuais do exemplo 3D – *francut1* e *francut2*, respectivamente.

Tabela 3: Resultados do primeiro exemplo 3D – *francut1* e *francut2*.

Algoritmos	<i>francut1</i>	<i>francut2</i>					
	Nº nodos: 328	Nº nodos: 161	Nº nodos não emparelhados	Nº emp	Custo total	Tempo de execução (s)	Figura
Sem Optimização	218	51	110	110	8.35145	3.916	8
Método <i>Simplex</i>	167	0	161	161	12.3884	0.961	9
Método <i>LAPm</i>	167	0	161	161	12.3884	69.039	10

Os resultados da Tabela 3 indicam que a metodologia baseada nos métodos de optimização é mais eficiente do que a metodologia de cariz local, previamente existente, visto que consegue o número máximo possível de emparelhamentos (do tipo “um com um”) entre os dois objectos, independentemente do método de optimização utilizado. Como consequência da utilização de métodos de optimização, o custo total associado às correspondências determinadas é superior, mas a percentagem de emparelhamentos atinge os 100%. Neste exemplo, o método *Simplex* distingue-se pelo menor tempo de execução.

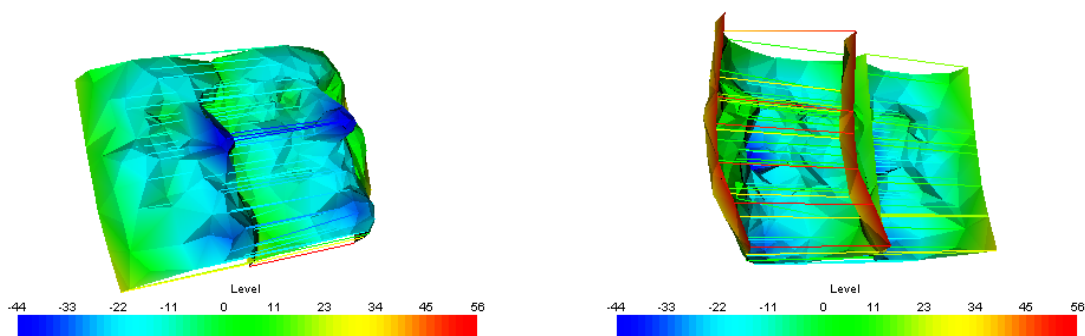


Fig. 8 – Emparelhamentos entre os objectos *francut1* e *francut2*, utilizando o método sem otimização (vista de frente e vista de trás, respectivamente).

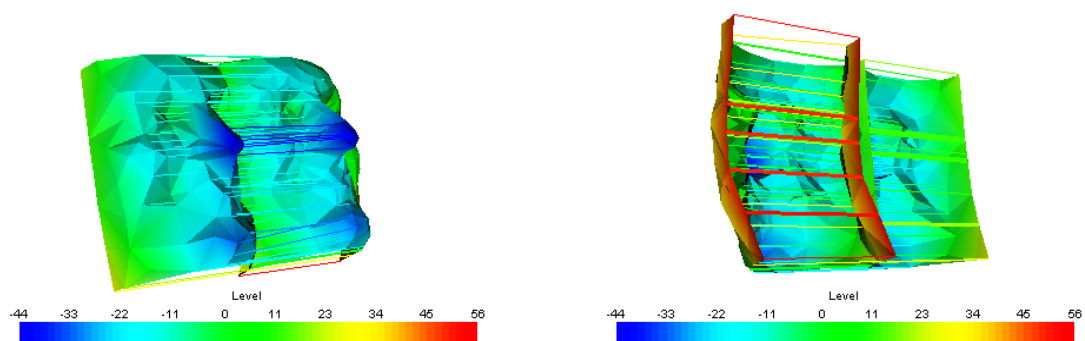


Fig. 9 – Emparelhamentos entre os objectos *francut1* e *francut2*, utilizando o método *Simplex* (vista de frente e vista de trás, respectivamente).

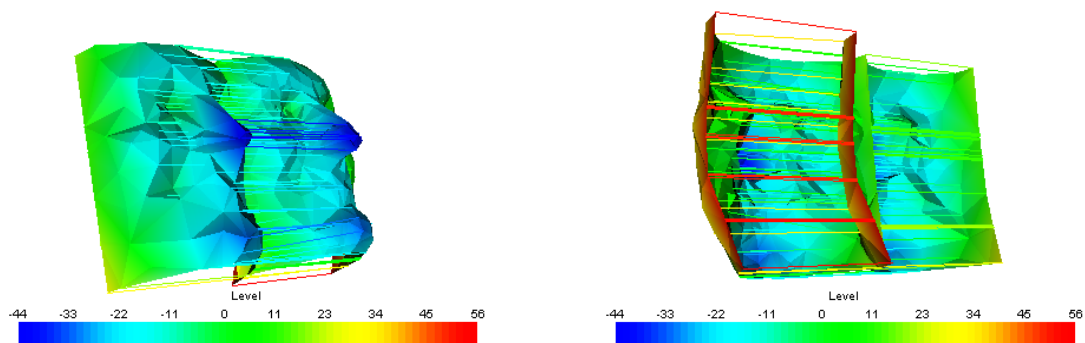


Fig. 10 – Emparelhamentos entre os objectos *francut1* e *francut2*, utilizando o método *LAPm* (vista de frente e vista de trás, respectivamente).

6. CONCLUSÕES E PRESPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Os vários ensaios experimentais realizados, alguns reportados nesta comunicação, permitem a apresentação de algumas observações e conclusões.

A metodologia proposta, para a determinação de correspondências entre dois objectos, que utiliza optimização, quando comparada com a metodologia base, de cariz local, obteve sempre um número superior de emparelhamentos satisfatórios. Também se verificou, que o número de emparelhamentos é independente do método de optimização considerado.

O algoritmo que utiliza o método *Húngaro*, mostrou-se pouco eficiente em termos do tempo de execução. Já o algoritmo *Simplex* para problemas de fluxo, nos vários exemplos experimentais efectuados, mostrou-se o mais eficiente. O algoritmo *LAPm* obteve um tempo de execução superior ao segundo (*Simplex*), mesmo sendo um algoritmo

mais específico para o tipo de problema em questão. Pensa-se que tal facto se deve ao intervalo em que se encontram os elementos da matriz de afinidade, $[0; 2]$, pois quando este algoritmo foi testado em dell' Amico (2000) revelou-se o mais eficiente quando considerado o intervalo $[1; 100]$.

Nos vários ensaios realizados, o algoritmo implementado para a determinação de correspondências dos nodos em excesso obtém emparelhamentos satisfatórios, quando utilizado em objectos do tipo contorno. Tal permite-nos concluir que o referido algoritmo poderá constituir uma base interessante, para o desenvolvimento de novas soluções para a determinação de correspondências do tipo “um com vários” e vice-versa, e que a sua aplicabilidade deverá ser estendida a objectos mais complexos.

O emparelhamento do tipo “um com vários” ou vice-versa poderá ser apenas aplicado a parte de um objecto. Tal aplicação poderá ser interessante em zonas em que ocorra dilatação/contracção e/ou em zonas com amostragens diferentes.

Na optimização das correspondências deverão ser consideradas nos trabalhos futuros as restrições de vizinhança e ordem, para além do nível de confiança já considerado. Para tal sugere-se a utilização do nível de confiança de cada emparelhamento, para a escolha dos nodos que deverão “guiar” o decurso de tal processo.

O desenvolvimento de uma aplicação que determine as correspondências ao longo de sequências de imagens, é também uma tarefa a realizar. Nessa aplicação, deverão ser incluídas restrições a considerar ao longo de toda a sequência de imagens em estudo; como por exemplo, ao longo da mesma a ordem dos nodos não deverá ser alterada em demasia. Também nesta aplicação deverá ser utilizada/integrada a informação que vai sendo obtida ao longo da sequência; a título de exemplo, se o ponto A do objecto t está emparelhado com o ponto B do objecto $t+1$, então no objecto $t+2$, o ponto A emparelhar com B , deverá estar na vizinhança desse.

7. REFERÊNCIAS

Bastos, L. F., Dissertação de Mestrado (Submetida em 1/2003): Optimização da Determinação das Correspondências entre Objectos Deformáveis no Espaço Modal, Faculdades de Engenharia e Ciências da Universidade do Porto, 2003.

dell' Amico, M., Tooth, P., Algorithms and Codes for Dense Assignment Problems: The State of The Art, *Discrete Applied Mathematics*, (100) pp. 274-278, 2000

Löbel, A., Mfc - A Network Simplex Implementation, 2000.

(<http://www.zib.de/Optimization/Software/Mcf>)

Sclaroff, S. E., PhD Thesis: Modal Matching - A Method for Describing, Comparing, and Manipulating Digital Signals, Massachusetts Institute of Technology, University of Massachusetts, 1995.

Tavares, J. M. R. S., Tese de Doutoramento: Análise de Movimento de Corpos Deformáveis Usando Visão Computacional, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2000.

(<http://www.fe.up.pt/~tavares/downloads/publications/teses/tese%20phd.zip>)

Volgenant, A., Linear and Semi-Assignment Problems: A Core Oriented Approach, *Computers and Operations Research*, Vol. 23 (No. 10), 1996.