# DETERMINAÇÃO DA CORRESPONDÊNCIA ENTRE MODELOS DE CONTORNO E DE SUPERFÍCIE, UTILIZANDO MODELAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS E ANÁLISE MODAL, EM VISÃO POR COMPUTADOR

João Manuel R. S. Tavares<sup>1</sup>, J. Barbosa<sup>1</sup> e A. Jorge Padilha<sup>1</sup>

#### **RESUMO**

Nesta comunicação é apresentada uma abordagem baseada em modelação física por intermédio de elementos finitos e em análise modal dos sistemas modelados, para a determinação da correspondência entre contornos e entre superfícies, rígidos e não rígidos, em Visão por Computador.

Com a abordagem apresentada é possível determinar as correspondências entre duas imagens distintas e também estimar os deslocamentos nodais e calcular a energia de deformação. Esta energia de deformação pode ser utilizada como uma medida da similaridade existente entre os objectos modelados.

# 1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas principais da visão por computador é o cálculo de descritores canónicos robustos para o reconhecimento de objectos 2D/3D, rígidos e não rígidos, e para a determinação da correspondência entre objectos em diferentes imagens.

Neste trabalho é apresentada uma metodologia por nós adaptada para resolução desse problema, inicialmente proposta por Sclaroff<sup>[1]</sup>.

Um diagrama do método está representado na Fig. 1. Para cada imagem consideram-se as localizações dos seus dados pontuais (*pixels* ou nós do modelo)  $X = [X_1 \cdots X_m]$  que se utilizam como nodos na construção, para o objecto, de um modelo de elementos finitos<sup>2</sup> de

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, INEB - Instituto de Engenharia Biomédica, Praça Coronel Pacheco, nº 1, 4050 - 453 PORTO; e-mail: {tavares, jbarbosa, padilha}@fe.up.pt

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Desde a primeira utilização do método dos elementos finitos por Pentland em 1989<sup>[2]</sup> no domínio da visão por computador, este tem vindo a generalizar-se às suas diferentes áreas, nomeadamente na análise de movimento rígido e não rígido, na obtenção de estruturas, na análise de faces, na análise de objectos deformáveis, na representação de imagens, em correspondência de imagens com modelos, e na descrição de objectos.

material elástico.



Fig. 1 - Diagrama da metodologia adoptada.

De seguida são determinados os modos próprios  $\{\phi\}_i$  do modelo finito. Estes modos proporcionam uma descrição ortogonal, ordenada pela frequência, do objecto e das suas deformações naturais. Tais vectores são, por vezes, designados por vectores de forma para cada modo, pois descrevem como cada modo deforma o objecto por alteração das localizações originais dos dados; por exemplo:  $X_{deformado} = X + a \{\phi\}_i$ , onde *a* é um escalar.

No geral, modos de baixa frequência descrevem deformações globais, enquanto modos de mais elevada frequência descrevem essencialmente as deformações localizadas.

Os modos próprios também formam um sistema de coordenadas ortogonal e centrado no objecto para descrição da localização dos dados pontuais. Isto é, a localização de cada dado pontual pode ser descrita de forma única, em termos da forma como se move segundo cada modo próprio.

A transformação entre as localizações no sistema cartesiano e no sistema modal é conseguida pela utilização dos vectores próprios do modelo finito como uma base coordenada. Dois grupos de dados, correspondentes, por exemplo, a imagens sucessivas de um objecto em deformação, são comparados neste espaço próprio. A ideia principal é que os modos de baixa ordem para dois objectos similares irão ser bastante próximos mesmo na presença de deformações afins, de deformações não rígidas, de perturbações locais da forma ou de ruído. Utilizando esta propriedade, a correspondência entre dados é determinada por emparelhamento modal. Assim a correspondência entre dois objectos pode ser determinada por comparação das suas trajectórias no espaço modal. Dados cujo emparelhamento apresente um elevado grau de confiança são obtidos por este processo; os deslocamentos dos restantes dados serão estimados pela utilização do modelo físico que impõe uma restrição de suavização.

Finalmente, determinada a correspondência entre muitos dos dados pontuais que constituem os dois objectos, pode-se medir as suas diferenças de forma. Como o processo modal decompõe as deformações num conjunto ortogonal, pode-se medir selectivamente as diferenças de corpo rígido, ou as deformações do tipo projectivo de baixa ordem, ou as deformações que são principalmente locais. Consequentemente, pode-se reconhecer objectos duma maneira flexível e geral. Alternativamente, dadas as correspondências, pode-se efectuar o alinhamento de dois objectos ou distorcer um deles de modo a que tenha a forma do outro.

Em resumo, podemos afirmar que a técnica modal apresentada oferece três vantagens sobre outras técnicas existentes: primeiro, pode ser utilizada automaticamente para identificar e etiquetar dados correspondentes entre dois objectos, permitindo alinhar, comparar e realizar *morphing* entre os dois; segundo, a representação modal obtida permite a separação de diferentes tipos de deformação; por último, os parâmetros de deformação correspondem qualitativamente aos que, comumente, se aceita serem utilizados pelos humanos e, desta forma, podem ser utilizados para animação e para busca em bases de dados<sup>[1]</sup>. Em relação a este último aspecto tem-se em conta que a representação modal é suportada pelas teorias defendidas por biólogos, envolvidos no estudo da morfologia dos esqueletos e das formas dos animais, segundo as quais as formas de espécies diferentes estão relacionadas entre si por deformações<sup>[1]</sup>. Estudos recentes também utilizam as deformações modais para a descrição do crescimento de órgãos de animais e para a correspondência entre órgãos do mesmo tipo<sup>[3, 4]</sup>.

Esta comunicação está organizada do seguinte modo: em primeiro lugar, é descrita a metodologia para a determinação das correspondências; a seguir, é apresentada a solução adoptada para determinar os deslocamentos nodais e modais e é formulada a energia de deformação; na secção 4, são apresentadas as modelações pontuais utilizadas; após esta descrição, são apresentados alguns resultados experimentais e, por último, são apresentadas algumas conclusões finais e perspectivas de desenvolvimentos futuros.

# 2. DETERMINAÇÃO DOS EMPARELHAMENTOS

Para se determinar os emparelhamentos entre os nodos que constituem dois modelos de elementos finitos deve-se, em primeiro lugar, determinar as matrizes de massa [M] e de rigidez [K] para cada um. De seguida, determinam-se os valores  $\omega_i$  e vectores  $\{\phi\}_i$  próprios de cada elemento finito resolvendo o problemas de valores próprios generalizado<sup>[5]</sup>:

$$[K][\Phi] = [M][\Phi][\Omega], \qquad (1)$$

sendo *m* o número de nodos do modelo a considerar, resulta para um modelo 2D, (com  $\omega_1 \leq \ldots \leq \omega_{2m}$ ):

$$\left[\Omega\right] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_{2m}^2 \end{bmatrix}, \ \mathbf{e} \ \left[\Phi\right] = \left[\left\{\phi\right\}_1\right| & \cdots & \left|\left\{\phi\right\}_{2m}\right] = \begin{bmatrix} \left\{u\right\}_1^T \\ \vdots \\ \left\{u\right\}_m^T \\ \left\{v\right\}_1^T \\ \vdots \\ \left\{v\right\}_m^T \end{bmatrix}$$

O vector coluna  $\{\phi\}_i$  descreve o deslocamento modal (u,v) para cada nodo do modelo devido ao modo de vibração *i*; os vectores linha  $\{u\}_i$  e  $\{v\}_i$ , são designados por vectores característica *i* e, em conjunto, descrevem a localização do nodo *i* no sistema de coordenadas modal.

Construídas as matrizes modais  $[\Phi]_1 e [\Phi]_2$  para os dois modelos as correspondências podem ser estabelecidas comparando os vectores de forma para os dois conjuntos de nodos 2D; cada ponto nodal será caracterizado pela sua participação relativa nos vários modos próprios:

$$\left[Z_{ij}\right] = \left\|\left\{u\right\}_{1,i} - \left\{u\right\}_{2,j}\right\|^2 + \left\|\left\{v\right\}_{1,i} - \left\{v\right\}_{2,j}\right\|^2.$$
(2)

Os melhores emparelhamentos são indicados pelos elementos que são mínimos na sua linha e na sua coluna. Na construção da matriz de afinidades [Z] deverão ser tidas em conta as seguintes considerações:

- *1)* Devido aos elementos terem, possivelmente, diferente número de nodos o número de modos será diferente. A solução passa pela truncagem dos |m-n| modos menos significativos do modelo com mais nodos.
- 2) O sinal de cada vector próprio não é único; consequentemente torna-se necessário utilizar um procedimento de correcção do sinal. Uma solução<sup>[1, 6]</sup> passa pela consideração de [Φ]<sub>1</sub> como base de referência e proceder à orientação de cada eixo de [Φ]<sub>2</sub>, um de cada vez, escolhendo para cada um a direcção que maximiza o alinhamento.
- 3) Quando o sinal de um vector de  $[\Phi]_2$  é indiferente no alinhamento, tal traduz a existência de uma simetria de reflexão e o respectivo sinal deve ser determinado de acordo com a deformação existente<sup>[1, 6]</sup>.
- 4) Por vezes alguns modos apresentam frequências de vibração praticamente iguais o que implicaria um emparelhamento no sub espaço modal<sup>[1, 6]</sup>; para evitar tal emparelhamento, estes modos são retirados da respectiva base modal.
- 5) Quando não se pretender considerar a transformação rígida existente entre os dois objectos não se devem utilizar os modos rígidos.

# **3. DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS NODAIS E DA ENERGIA DE DEFORMAÇÃO**

Uma vantagem da modelação pelo método dos elementos finitos é que os modos próprios calculados para a determinação da correspondência podem também ser utilizados para descrever as deformações rígidas e não rígidas necessárias para alinhar um objecto com um outro<sup>[1, 7]</sup>. Desde que esta descrição modal esteja calculada, pode ser realizada a comparação entre objectos pela observação das amplitudes modais ou pode ser calculada e comparada a energia de deformação necessária para alinhar um objecto e utilizá-la como medida de similaridade. Se os deslocamentos modais, ou a energia de deformação, para alinhar dois objectos forem relativamente pequenos, então estes são similares.

Em certas aplicações podem ser desejáveis comparações independentes da rotação, da posição e/ou da escala. Para se obter tal comparação ignoram-se os modos de corpo rígido e assim desprezam-se as diferenças de posição, orientação e escala. Por outro lado, não considerar os modos de elevada ordem, pode tornar as comparações mais robustas com respeito ao ruído e às variações locais. Contudo, antes de ser possível comparar dois conjuntos de dados, é necessário, em primeiro lugar, determinar as deformações modais  $\{\tilde{U}\}$ .

## 3.1. Determinação dos Deslocamentos

Desde que as matrizes modais  $[\Phi]_1$  e  $[\Phi]_2$  estejam calculadas e as correspondências

estejam determinadas pode-se obter os deslocamentos modais de forma directa. Tal é conseguido notando que os deslocamentos nodais  $\{U\}$ , que alinham os correspondentes dados de ambos os modelos, podem ser escritos como:

$$\{u\}_{i} = \{x\}_{1,i} - \{x\}_{2,i}$$
(3)

onde  $\{x\}_{1,i}$  representa o nodo *i* no primeiro modelo e  $\{x\}_{2,i}$  o nodo com o qual foi emparelhado no segundo modelo.

Sabendo que os deslocamentos nodais e modais se relacionam através da matriz modal, ou seja  $\{U\} = [\Phi] \{ \tilde{U} \}$ , e utilizando a identidade das equações  $[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I]$  e  $[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\Omega]$ , onde [I] é a matriz identidade, obtemos:

$$\left\{ \tilde{U} \right\} = \left[ \Phi \right]^{-1} \left\{ U \right\} = \left[ \Phi \right]^{T} \left[ M \right] \left\{ U \right\}.$$
(4)

Normalmente não existe uma correspondência de um para um entre os dados dos dois modelos. Mas, adicionando uma restrição de minimização da energia de deformação, pode-se estimar os deslocamentos de acordo com as propriedades do material utilizado na modelação<sup>[1]</sup>. A energia de deformação pode ser obtida directamente a partir dos deslocamentos modais e engloba uma penalidade proporcional ao quadrado da frequência de cada nodo:

$$E_{s} = \frac{1}{2} \left\{ \tilde{U} \right\}^{T} \left[ \Omega \right] \left\{ \tilde{U} \right\}.$$
(5)

Formulando uma solução por mínimos quadráticos restringida, na qual se minimiza o erro de alinhamento que inclua o termo da energia de deformação, e diferenciando em relação ao vector dos parâmetros modais resulta a equação de minimização da deformação por mínimos quadráticos:

$$\left\{\tilde{U}\right\} = \left[\left[\Phi\right]^{T}\left[W\right]^{2}\left[\Phi\right] + \lambda\left[\Omega\right]\right]^{-1}\left[\Phi\right]^{T}\left[W\right]^{2}\left\{U\right\}$$
(6)

onde [W] é uma matriz diagonal cujos elementos são inversamente proporcionais à medida de afinidade para o emparelhamento do respectivo nodo e  $\lambda$  é o parâmetro de Lamé para o material considerado.

### 3.2. Comparação de Objectos

Desde que as amplitudes dos modos tenham sido determinadas pode-se calcular a energia de deformação utilizando estas deformações na equação (6). Esta energia pode ser utilizada como medida de similaridade. Em certos casos também pode ser desejável comparar a energia de deformação num subconjunto de modos, ou então a energia associada a cada modo i:

$$E_{S_i} = \frac{1}{2} \hat{u}_i^2 \omega_i^2 \,. \tag{7}$$

## 4. OS MODELOS PONTUAIS E OS ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

#### 4.1. Para Contornos

Para determinar as correspondências e a energia de deformação entre dois contornos em imagens distintas foram utilizados dois tipos de modelação:

- *a)* Um único elemento finito isoparamétrico 2D de Sclaroff<sup>[1]</sup> para modelar cada um dos contornos. Este tipo de elemento é baseado em funções de forma de base Gaussianas:  $g(X_i) = e^{-\|X X_i\|^2/(2\sigma^2)}$ , onde  $X_i$  é o centro de dimensão *n* da função Gaussiana e  $\sigma$  é o desvio padrão para controlo da interacção entre nodos. Deve-se notar que na construção deste tipo de elemento não é necessária a existência de ordem nos nodos.
- b) Elementos finitos axiais lineares<sup>[5, 8]</sup> de forma a construir cada um dos contornos (Fig. 2). Obviamente que, neste tipo de discretização, torna-se necessária a existência de ordem nos nodos que constituem cada contorno.
- 4.2. Para Superficies

Para determinar as correspondências e a energia de deformação entre duas superfícies distintas foram também utilizados dois tipos de modelação:

- *a)* Um único elemento finito isoparamétrico 3D de Sclaroff para modelar cada uma das superfícies.
- b) Elementos finitos axiais e lineares de forma a construir cada uma das superfícies (Fig. 3).



Fig. 2 - Modelação de um contorno por intermédio de um conjunto  $e_i$ de elementos finitos axiais.



Fig. 3 - Modelação de uma superfície por intermédio de um conjunto de elementos finitos do tipo axial. Cada nodo está ligado aos seus vizinhos por intermédio de elementos axiais.

O método utilizado para a determinação em cada imagem dos nodos que constituem cada superfície pode ser descrito do seguinte modo:

- *1)* "Removem-se" os *pixels* considerados como ruído e aplica-se um filtro Gaussiano de forma a suavizar a imagem (Fig. 4);
- 2) Determina-se o rectângulo que circunscreve o objecto a modelar e realiza-se uma amostragem desse rectângulo (Fig. 5);
- Realiza-se a triangulação dos pontos amostrados através do algoritmo 2D de Delaunay<sup>[9, 10]</sup> e considera-se o nível de brilho de cada ponto como a coordenada z do mesmo<sup>3</sup>;
- 4) Realiza-se uma simplificação da malha triangular utilizando-se um algoritmo de decimação<sup>[9, 10]</sup>, diminuindo-se assim o número de nodos a considerar e reduzindo-se os custos computacionais, bem como a sua suavização, utilizando-se um algoritmo que ajusta a posição dos nodos através de uma suavização Laplaciana<sup>[9, 10]</sup>, reduzindo-se assim o ruído associado às altas frequências (Fig. 6).



Fig. 4 - Imagem após remoção do ruído e aplicação de um filtro Gaussiano.



Fig. 5 - Amostragem do objecto.



Fig. 6 - Malha resultante após simplificação e suavização.

#### 5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os métodos apresentados nesta comunicação foram implementados em *Microsoft Visual C++*, em plataforma *Microsoft Windows 95/98/NT*.

Nesta secção são apresentados alguns resultados experimentais obtidos com contornos e com superfícies.

#### 5.1. Para Contornos

Consideremos o contorno constituído por 33 *pixels*, e o contorno resultante da aplicação de uma transformação geométrica rígida ao primeiro, constituída por uma rotação de 10° e um escalonamento de 0.75 em relação à origem e uma translação segundo o eixo x de 90 e segundo o eixo y de 85 *pixels*, representados na Fig. 7.

Utilizando-se a metodologia apresentada e modelando-se os contornos através de elementos finitos axiais lineares construídos por borracha, obtiveram-se 100% de emparelhamentos correctos. Com as correspondências obtidas determinou-se uma transformação rígida<sup>[16]</sup> constituída por uma rotação de 10.05° e um escalonamento de 0.75

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Este tipo de modelação é adequado para os casos em que as imagens são obtidas em ambientes controlados e assim o brilho dos *pixels* está fortemente correlacionado com alguma característica importante dos objectos em questão [11, 12, 13, 14, 15]. Por exemplo, no reconhecimento de faces, em imagens de pedobarografia (nas quais o nível de brilho está fortemente correlacionado com o nível de pressão), etc.

em torno da origem, e por uma translação segundo o eixo x de 90.06 e segundo o eixo y de 84.88 *pixels*. Aplicando ao contorno 1 a rotação e a translação calculadas obtemos a Fig. 8; aplicando também o escalonamento obtemos a Fig. 9.



Fig. 7 - Contornos 1 e 2.



Fig. 8 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 1 e 2 após aplicação ao primeiro da rotação e da translação obtida.



Fig. 9 - ... após aplicação ao primeiro da transformação rígida determinada.

Consideremos agora o contorno<sup>4</sup> constituído por 84 *pixels* representado na Fig. 10 e o contorno constituído por 81 *pixels* representado na Fig. 11. Utilizando-se a metodologia apresentada, modelando-se os contornos por intermédio de elementos isoparamétricos de Sclaroff construídos por borracha, obtiveram-se 62 emparelhamentos satisfatórios (Fig. 12). Após a determinação dos deslocamentos nodais e modais, aplicamos os mesmos ao contorno 3 resultando a Fig. 13. O valor da energia de deformação obtido foi de 4.5.

Repetindo o processo para os contornos representados na Fig. 10 e na Fig. 14 (62 *pixels*), obtêm-se 35 emparelhamentos e uma energia de deformação de 28.3, traduzindo a maior diferença entre estes contornos, como se observa na Fig. 15.



Fig. 10 – Contorno 3.



Fig. 13 - ... após a aplicação ao contorno 3 dos deslocamentos obtidos.



Fig. 11 – Contorno 4.



Fig. 14 - Contorno 5.



Fig. 12 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 3 e 4.



Fig. 15 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 3 e 5.

## 5.2. Para Superfícies

Consideremos a superfície constituída por 131 nodos representada na Fig. 16 e a representada na Fig. 17, constituída por 121 nodos.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Contornos obtidos a partir de duas imagens de uma sequência de angiografia cardíaca.

Utilizando-se a metodologia apresentada, e modelando-se as superfícies através de elementos finitos isoparamétricos de Sclaroff construídos por borracha, obtiveram-se 47 emparelhamentos aceitáveis (Fig. 19 e Fig. 20). O valor da energia de deformação obtido foi igual a 649.44.

Repetindo o processo para as superfícies representadas na Fig. 20 (137 nodos) e na Fig. 16, obtêm-se 54 emparelhamentos e uma energia de deformação de 1596.05, traduzindo a maior diferença entre estas superfícies, como se observa na Fig. 21 e na Fig. 22.



Fig. 17 - Superfície 2.



Fig. 18 - Correspondências obtidas entre as superfícies 1 e 2.



Fig. 16 - Superficie 1.

Fig. 19 - Correspondências obtidas entre as superfícies 1 e 2 (outra vista).



Fig. 20 - Superficie 3.



Fig. 22 - Correspondências obtidas entre as superfícies 1 e 3 (outra vista).

# 6. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHO FUTURO

A partir de alguns resultados experimentais obtidos na utilização da metodologia apresentada pode-se confirmar que é possível obter-se resultados satisfatórios, quer para a determinação das correspondências, quer para a estimação dos deslocamentos dos nodos não emparelhados; a utilização da energia de deformação para a comparação de objectos do tipo contorno e superficial também se revela consistente com a similitude entre os objectos.

Na fase actual do trabalho, a metodologia apresentada está a ser testada em sequências de imagens de pedobarografia dinâmica<sup>[15]</sup>, para as quais o brilho de cada *pixel* está fortemente correlacionado com a pressão exercida; a utilização do brilho como a terceira



Fig. 21 - Correspondências obtidas entre as superfícies 1 e 3.

coordenada de cada nodo revela-se bastante satisfatória nomeadamente na resolução dos casos em que os contornos iniciais se dividem ou se fundem. Uma versão paralelizada para ambiente *WPVM* - *Windows Parallel Virtual Machine* - está a ser desenvolvida sendo bastante encorajadores os resultados já obtidos relativamente ao aumento da velocidade de execução.

# AGRADECIMENTOS

O trabalho descrito foi realizado no âmbito dos doutoramentos do primeiro e do segundo autor, que agradecem respectivamente as bolsas PRAXIS XXI BD/3243/94 e BD/2850/94 atribuídas pela JNICT, Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica.

# REFERÊNCIAS

[1] Stanley Edward Sclaroff: "Modal Matching: A Method for Describing, Comparing, and Manipulating Digital Signals", PhD Thesis, MIT, 1995

[2] Alex Pentland, Jonh Williams: "Perception Of Non-Rigid Motion Inference of Shape, Material and Force", M.I.T. Media Laboratory - Technical Report Nº 113, 1989

[3] J. Martin, Alex Pentland, Stan Sclaroff, R. Kikinis: "Characterization of Neuropathological Shape Deformations", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 20, N° 3, February 1998

[4] N. H-M. Syn, R. W. Prager: "FEM Eigenmodes as Shape Features", Cambridge University Engineering Department - Technical Report N° 211, 1995

[5] Klaus-Jürgen Bathe: "Finite Element Procedures", Prentice Hall, 1996

[6] Larry Shapiro: "Towards A Vision-Based Motion Framework", Robotics Research Group - Department of Engineering Science, Oxford University, May 25, 1991

[7] Alex Pentland, Stan Sclaroff: "Closed-Form Solutions for Physically Based Shape Modeling and Recognition", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 13, N° 7, July 1991

[8] João Manuel R. S. Tavares: "Apresentação de uma Modelização por Elementos Finitos Lineares do Tipo Axial", Relatório Interno, FEUP/INEB, 1998

[9] Will Schroeder, Ken Martin, Bill Lorensen: "The Visualization Toolkit", 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice Hall, 1998

[10] Will Schroeder, Ken Martin: "The VTK User's Guide", Kitware Inc., June 1999

[11] T. F. Cootes, C. J. Taylor: "Active Shape Model Search using Grey-Level Models: A Quantitive Evaluation", Proc. British Machine Vision Conference (Ed. J. Illingworth), BMVA Press, pp. 639/648, 1993

[12] T. F. Cootes, C. J. Taylor: "A Unified Approach to Coding and Interpreting Face Images", Proc. British Machine Vision Conference (Ed. J. Illingworth), BMVA Press, pp. 639/648, 1993

[13] T. F. Cootes, C. J. Taylor: "Modeling Object Appearance Using The Grey-Level Surface", Proc. British Machine Vision Conference, pp. 479/488, 1994

[14] Baback Moghaddam, Chahab Nastar, Alex P. Pentland: "Bayesian Face Recognition using Deformable Intensity Surfaces", MIT Media Laboratory - Technical Report N° 371

[15] João Manuel R. S. Tavares: "Estudo de Dois Modelos para Seguimento em Imagens de Pedobarografía", Relatório Interno, FEUP/INEB, 1997

[16] Berthold K. P. Horn: "Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions", Journal of the Optical Society of America A, Vol. 4, pp. 629/642, April 1987